	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO GEN Nº Páginas: 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- a) Dadas las funciones $f(x) = \ln(x)$ y $g(x) = 1 - 2x$, hallar el área del recinto plano limitado por las rectas $x = 1$, $x = 2$ y las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$. **(2 puntos)**

b) Dar un ejemplo de función continua en un punto y que no sea derivable en él. **(0,5 puntos)**

E2.- a) Si el término independiente de un polinomio $p(x)$ es -5 y el valor que toma $p(x)$ para $x = 3$ es 7, ¿se puede asegurar que $p(x)$ toma el valor 2 en algún punto del intervalo $[0,3]$? Razonar la respuesta y enunciar los resultados teóricos que se utilicen. **(1,5 puntos)**

b) Calcular $\int \frac{\cos(x)}{1+\operatorname{sen}^2(x)}dx$. **(1 punto)**

E3.- a) Sea B una matriz cuadrada de tamaño 3×3 que verifica que $B^2 = 16\, I$, siendo I la matriz unidad. Calcular el determinante de B. **(1,5 puntos)**

b) Hallar todas las matrices X que satisfacen la ecuación $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. **(1 punto)**

E4.- Se consideran la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + az = 0, \\ ay - z = 4, \end{cases}$ con $a \in R$, y el plano $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$.

a) Hallar los valores de a para los que r es paralela a π. **(1 punto)**

b) Para $a = 2$, hallar la distancia de r a π. **(1 punto)**

c) Para $a = 1$, hallar la distancia de r a π. **(0,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de 270 cm^3. Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 5€/cm^2 y para la base un material un 50% más caro. Hallar las dimensiones de la caja para que el coste sea mínimo.

(2,5 puntos)

E2.- Hallar el valor de a para que se verifique que

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+a}{2x-1}\right)^{x+5} = \lim_{x\to 0}\frac{x^2-x^3}{\operatorname{sen}^2(x)}.$$

(2,5 puntos)

E3.- Consideramos el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + az = 1+a, \\ x - ay + z = 1, \\ x + y + 3z = a. \end{cases}$$

a) Discutir el sistema para los distintos valores del parámetro a. **(2 puntos)**

b) Resolver el sistema para $a=1$. **(0,5 puntos)**

E4.- Dados el punto $P(1,1,-1)$, la recta $r \equiv x = \dfrac{y+6}{4} = z-3$ y el plano $\pi \equiv 6x+6z-12=0$, se pide:

a) Hallar el punto simétrico de P respecto del plano π. **(1,5 puntos)**

b) Hallar los puntos Q de r que distan $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ unidades de longitud de π. **(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Dada la parábola $y=\frac{1}{3}x^2$, y la recta $y=9$, hallar las dimensiones y el área del rectángulo de área máxima que tiene un lado en la recta y los otros dos vértices en la gráfica de la parábola. **(2,5 puntos)**

E2.- Dada la función $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, se pide:

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los de concavidad y convexidad, y las asíntotas. **(1,5 puntos)**

b) Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función $g(x)=\frac{f(x)}{x}$, el eje OX y las rectas $x=2$, $x=4$. **(1 punto)**

E3.- Dadas las matrices $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & m\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & -3 & 5\\ -2 & 4 & -6\end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$:

a) ¿Para qué valores de m existe B^{-1}? Para $m=1$, calcular B^{-1}. **(1,5 puntos)**

b) Para $m = 1$, hallar la matriz X tal que $X \cdot B + C = D$. **(1 punto)**

E4.- Se consideran las rectas r y s dadas por las ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}, \qquad s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{a}.$$

a) Hallar el valor del parámetro a para que r y s sean perpendiculares. **(1,5 puntos)**

b) Hallar la recta t paralela a r y que pasa por el punto de s cuya coordenada z es 0. **(1 punto)**

OPCIÓN B

E1.- Calcular b y c sabiendo que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & \text{si} \quad x \le 0, \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0, \end{cases}$ es derivable en el punto $x = 0$. **(2,5 puntos)**

E2.- Calcular la siguiente integral: $\int_{-1}^{2} \left| x^2 - 3x + 2 \right| dx$. **(2,5 puntos)**

E3.- Discutir según los valores del parámetro a, y resolver cuando sea posible, el sistema:

$$\begin{cases} x + z = 1 \\ y + (a-1)z = 0 \\ x + (a-1)y + az = a \end{cases}.$$

(2,5 puntos)

E4.- Dadas las rectas $s \equiv \dfrac{x-1}{3} = y = \dfrac{z-1}{2}$ y $t \equiv \begin{cases} 2x - y = 0, \\ 2y - z = 4, \end{cases}$ se pide hallar la perpendicular común a s y a t y la distancia entre ambas rectas. **(2,5 puntos)**