	<p align="center"><b>Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado</b> Castilla y León</p>	<p align="center"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>	<p align="center"><b>EJERCICIO</b>  Nº Páginas: 2</p>
---	---	---	---

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD:** El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

**2.- CALCULADORA:** Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

### **OPCIÓN A**

**E1.-** Se divide un alambre de 100m de longitud en dos segmentos de longitud  $x$  y  $100 - x$ . Con el de longitud  $x$  se forma un triángulo equilátero, y con el otro un cuadrado. Sea  $f(x)$  la suma de las áreas. ¿Para qué valor de  $x$  dicha suma es mínima? **(2,5 puntos)**

**E2.-** Determinar la función  $f$  tal que  $f'(x) = \frac{x^4 + x + 1}{x^2 + x}$  y con  $f(1) = 2$ . **(2,5 puntos)**

**E3.-** a) Determinar las ecuaciones de los planos paralelos al plano  $\pi \equiv 12x + 3y - 4z = 7$  que distan 6 unidades del mismo. **(1,5 puntos)**

b) Probar que el punto  $P(1,1,2)$  pertenece a  $\pi$ , y calcular la recta perpendicular a  $\pi$  que pasa por  $P$ . **(1 punto)**

**E4.-** Discutir, y resolver en los casos que sea posible, el sistema:

$$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases} \quad \text{(2,5 puntos)}$$

## OPCIÓN B

**E1.-** Sea la función  $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ .

a) Determinar el dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos.

**(2 puntos)**

b) Esbozar su gráfica.

**(0,5 puntos)**

**E2.-** Determinar el área limitada por la parábola de ecuación  $y^2 = x$  y la recta de ecuación  $y = x - 2$ .

**(2,5 puntos)**

**E3.-** Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(2, -1, 1)$  y corta perpendicularmente a la recta  $r \equiv \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = z$ .

**(2,5 puntos)**


**E4.-** a) Si se sabe que el determinante  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$  vale 5, calcular razonadamente

$\begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & 3a_3 \\ b_1 & 2b_2 & 3b_3 \\ c_1 & 2c_2 & 3c_3 \end{vmatrix}$  y  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + a_3 & b_2 + b_3 & c_2 + c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ .

**(1,5 puntos)**

b) Si  $A$  es una matriz cuadrada de tamaño  $2 \times 2$  para la cual se cumple que  $A^{-1} = A^t$  ( $A^t$  = traspuesta de la matriz  $A$ ), ¿puede ser el determinante de  $A$  igual a 3?

**(1 punto)**

	<p align="center"><b>Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado</b> Castilla y León</p>	<p align="center"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>	<p align="center"><b>EJERCICIO</b>  Nº Páginas: 2</p>
---	---	---	---

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD:** El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

**2.- CALCULADORA:** Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

### **OPCIÓN A**

**E1.-** Dada la función  $f(x) = \frac{(x+3)^2}{e^x}$ , se pide determinar:

- a) El dominio, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas. **(1 punto)**
- b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos. **(1 punto)**
- c) La gráfica de  $f$ . **(0,5 puntos)**

**E2.-** Calcular  $\int_1^e \frac{1 + \ln(x^3) + (\ln x)^2}{x(1 + \ln x)} dx$ . **(2,5 puntos)**

**E3.-** Hallar la ecuación general del plano que pasa por el punto  $A(1,0,-1)$ , es perpendicular al plano  $\pi \equiv x - y + 2z + 1 = 0$  y es paralelo a la recta  $r \equiv \begin{cases} z = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ . **(2,5 puntos)**

**E4.-** a) Sea  $A$  una matriz cuadrada tal que  $A^2 - 3A = -2I$  (siendo  $I$  la matriz identidad). Probar que  $A$  admite inversa y utilizar la igualdad dada para expresar  $A^{-1}$  en función de  $A$ . **(1,5 puntos)**

b) Sea  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & 0 & 1 \\ m & 1 & 2 \end{pmatrix}$  la matriz de coeficientes de un sistema lineal. Hallar razonadamente los valores de  $m$  para los que el sistema es compatible determinado. **(1 punto)**

## OPCIÓN B

**E1.-** De  $f : R \rightarrow R$  se sabe que  $f''(x) = x^2 + 2x + 2$  y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto  $P(1,2)$ . Hallar la expresión de  $f$ . **(2,5 puntos)**

**E2.-** a) Sean  $f(x) = \frac{x-|x|}{2}$  y  $g(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \leq 0, \\ x^2 & \text{si } x > 0. \end{cases}$  Hallar  $g(f(x))$ . **(1 punto)**

b) Calcular  $\int (x+3)e^{x+2} dx$ . **(1,5 puntos)**

**E3.-** a) Determinar las coordenadas del punto simétrico de  $A(-2,1,6)$  respecto de la recta

$$r \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}. \quad \text{(2 puntos)}$$

b) Hallar la distancia de  $A$  a  $r$ . **(0,5 puntos)**

**E4.-** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

a) Calcular  $A^{-1}$ . **(1 punto)**

b) Resolver la ecuación matricial  $AX + 2AB = B$ . **(1,5 puntos)**