



XII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2005



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

21

La última cifra del producto $(1+3+3^2+\dots+3^{20}) \cdot (1+2+2^2+\dots+2^{20})$ es

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 9

22

Si a, b, c son tres números reales tales que $a < b < c$ y $a^2 > c^2 > b^2$. ¿Cuántas de las cinco desigualdades siguientes

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{c}, \quad \frac{1}{a^2} < \frac{1}{c^2}, \quad a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0$$

son siempre ciertas para dichos números?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

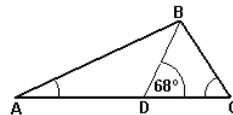
23

En el triángulo ABC la bisectriz del ángulo B corta al

lado AC en el punto D. Siendo $\widehat{BDC} = 68^\circ$,

¿cuánto vale la diferencia $\widehat{ACB} - \widehat{BAC}$?

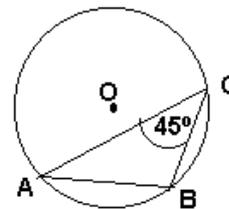
- A) 44° B) 120° C) 24° D) 30°
E) imposible determinarlo



24

El punto O es el centro del círculo de radio 5. Entonces AB vale

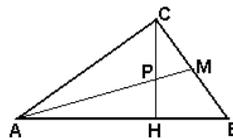
- A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) $10\sqrt{2}$



25

En la figura, AM es una mediana del triángulo ABC y CH una altura. Las longitudes de dos lados del triángulo son 3 cm y 4 cm. Si $CP = 2 \cdot PH$, ¿cuál es de los siguientes valores puede ser la longitud del tercer lado?

- A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) o bien 3cm, o bien 4cm
E) cualquier número entre 4 cm y 5 cm





26

El 1-3-2003 una persona muy obesa pesaba el 20% más que lo que pesaba el 1-3-2002. Tras una severa dieta, el 1-3-2004 pesaba el 30% menos que lo que pesaba el 1-3-2003. Pero como le gusta comer bien, el 1-3-2005 pesaba el 25% más que el 1-3-2004. Entonces, el 1-3-2005, el peso de esta persona, respecto al que tenía el 1-3-2002,

- A) es el mismo
- B) aumentó en un 15%
- C) aumentó un 5%
- D) disminuyó un 5%
- E) disminuyó un 15%

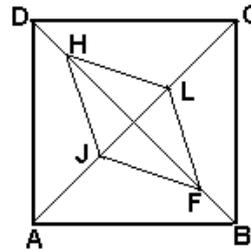
27

En una caja hay 9 tarjetas numeradas del 1 al 9. Ana y Bárbara sacan al mismo tiempo una tarjeta de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la tarjeta de Ana sea el doble o más que el número de la tarjeta de Bárbara?

- A) $\frac{7}{18}$
- B) $\frac{4}{9}$
- C) $\frac{28}{81}$
- D) $\frac{5}{18}$
- E) $\frac{1}{3}$

28

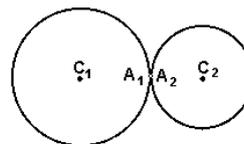
En la figura, los puntos J y L están en la diagonal AC del cuadrado ABCD de modo que $AJ = JL = LC$. Los puntos H y F están en la diagonal BD de modo que $BD = 6 \cdot HD$. Entonces, la razón entre el área del cuadrado ABCD y el área del rombo HJFL es



- A) 3
- B) 3,5
- C) 4
- D) 4,5
- E) 5

29

El círculo pequeño de radio 3 cm gira, sin deslizarse, por la circunferencia del círculo más grande, que tiene de radio 4 cm. Al empezar coinciden el punto A_2 de la circunferencia pequeña con el punto A_1 de la grande. La longitud recorrida por el centro C_2 de la circunferencia pequeña hasta que A_2 vuelva a coincidir por primera vez con el punto A_1 es



- A) 18π
- B) 21π
- C) 24π
- D) 36π
- E) 42π

30

Si se cumplen las condiciones siguientes:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 2p \\ a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \\ x = (p-a)(p-b)(p-c)(p-d) \end{cases}$$

entonces el valor de x es

igual a

- A) $abcd$
- B) $\frac{a+b+c+d}{4}$
- C) $\frac{a^2b^2 - c^2d^2}{4}$
- D) $ab + bc + cd + da$
- E) $\frac{(ab+cd)^2}{4}$

