



# XIII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2006



Nivel 6 (2º de BACHILLERATO)

Día 16 de marzo de 2006. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

**No se permite el uso de calculadoras.** Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

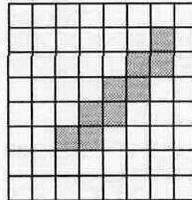
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

- 1 ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?  
A)  $2006 \times 2006$  B)  $2005 \times 2007$  C)  $2004 \times 2008$  D)  $2003 \times 2009$  E)  $2002 \times 2010$

- 2 ¿En cuántos ceros termina el producto de los primeros 2006 números primos?  
A) 0 B) 1 C) 2 D) 9 E) 26

- 3 Se considera el **perímetro** y el **área** de la región formada por los cuadrados grises. ¿Cuántos cuadrados más debemos colorear de gris para que el área gris aumente sin incrementar el **perímetro**?

- A) 0 B) 7 C) 18 D) 12 E) 16



- 4 Hay cuatro cartas en la mesa como muestra la figura. Cada carta tiene un número en un lado y una letra en el otro. Pedro dice: "Cualquiera que sea la carta, se verifica que si hay una vocal en un lado, entonces hay un número par en el otro". ¿Cuál es el menor número de cartas que Alicia debe levantar para saber si Pedro dice la verdad?

- E
- 
- K
- 
- 4
- 
- 7

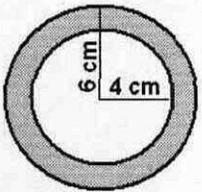
- A) ninguna B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 5 Dos trenes de la misma longitud viajan en direcciones opuestas por dos vías paralelas. El primer tren va a una velocidad de 100 km/h y el segundo a 120 km/h. Un pasajero del segundo tren observa que el primer tren tarda 6 segundos en pasar completamente por delante de él. ¿Cuánto tiempo tardará el segundo tren en pasar por delante de un pasajero del primer tren?

- A) 5 seg B) 6 seg C) entre 6 y 7 seg D) 7 seg E) más de 7 seg

- 6 Susana tiene dos colgantes hechos del mismo material. Son igual de altos y pesan lo mismo. Uno de ellos tiene la forma de corona circular formada por dos círculos concéntricos de radios 6 cm y 4 cm (ver la figura). El segundo tiene la forma de un círculo sólido. ¿Cuál es el radio del segundo colgante?

- A) 4 cm B)  $2\sqrt{6}$  cm C) 5 cm D)  $2\sqrt{5}$  cm E)  $\sqrt{10}$  cm



- 7 La diferencia entre dos números consecutivos cualesquiera de la lista a, b, c, d, e es la misma. Si  $b=5,5$  y  $e=10$ , ¿cuál es el valor de a?

- A) 0,5 B) 3 C) 4 D) 4,5 E) 5

- 8 Si  $4^x = 9$  y  $9^y = 256$ , entonces  $xy$  vale

- A) 2006 B) 48 C) 36 D) 10 E) 4

- 9 Se consideran todos los números de 9 cifras distintas formados con las cifras 1,2,...,9. Se escribe cada uno de esos números en una hoja de papel, y todas las hojas se meten en una caja. ¿Cuál es el menor número de hojas que hay que extraer de la caja si se quiere estar seguro de que al menos se han elegido dos números que empiecen por la misma cifra?

- A) 9! B) 8! C) 72 D) 10 E) 9

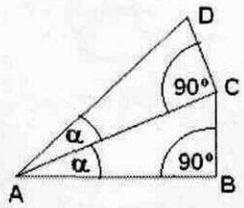
- 10 En una rueda de ruleta (no trucada) hay 37 números: el 0 y los enteros positivos desde el 1 al 38. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola caiga en un número primo?

- A) 5/18 B) 11/37 C) 11/36 D) 12/37 E) 1/3

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

- 11 En la figura,  $AB$  tiene longitud 1; los ángulos  $\angle CAB = \angle DAC = \alpha$ .  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ . ¿Cuál es la longitud de  $AD$ ?

- A)  $\cos(\alpha) + \tan(\alpha)$  B)  $\frac{1}{\cos 2\alpha}$  C)  $\cos^2(\alpha)$   
D)  $\cos(2\alpha)$  E)  $\frac{1}{\cos^2(\alpha)}$



- 12 ¿Cuál de las siguientes es la fórmula de una función que tiene el eje OY como eje de simetría?

- A)  $y = x^2 + x$  B)  $y = X^a \text{sen}(x)$  C)  $y = x \cos(x)$  D)  $y = x \sin(x)$  E)  $y = x^3$

- 13 El resto de la división del número 1001 por un número de una sola cifra es 5. ¿Cuál es el resto de la división de 2006 por ese número de una cifra?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 14 El radio de la señal de tráfico de la figura es 20 cm. Cada una de las partes oscuras es un cuadrante de círculo, al que llamamos  $k$ . El área de los cuatro cuadrantes es igual a la de la parte clara de la señal. ¿Cuál es el radio del círculo  $k$ ?

- A)  $10\sqrt{2}$  cm B)  $4\sqrt{5}$  cm C) 20/3 cm  
D) 12,5 cm E) 10 cm

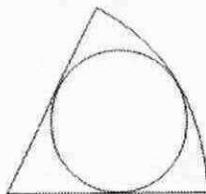


- 15 Se consideran tres números primos a, b, c tales que  $a > b > c > 0$ . Si  $a + b + c = 78$  y  $a - b - c = 40$  entonces  $abc =$

- A) 438 B) 590 C) 1062 D) 1239 E) 2006

16 La razón del radio del sector al radio del círculo inscrito en él (ver la figura) es 3:1. Entonces la razón de sus áreas es:

- A) 3:2    B) 4:3    C) 5:3    D) 6:5    E) 5:4



17 16 equipos juegan en una liga de volleyball. Cada equipo juega una vez contra todos los demás. En cada partido, el ganador consigue un punto y el perdedor 0 puntos; no hay empates. Una vez jugados todos los partidos, los puntos obtenidos por los equipos forman una progresión aritmética. ¿Cuántos puntos tiene el último clasificado?

- A) 3    B) 2    C) 1    D) La situación descrita es imposible  
E) La respuesta es otro número

18 El año pasado había 30 chicos más que chicas en el coro de la escuela. Este año el número de miembros del coro se ha incrementado en el 10%; el número de chicas se ha incrementado en el 20% y el número de chicos en el 5%. ¿Cuántos miembros tiene el coro este año?

- A) 88    B) 99    C) 110    D) 121    E) 132

19 Las casillas del tablero 4x4 se colorean de blanco y negro como se muestra en la figura 1. Un movimiento nos permite cambiar los colores de dos celdas situadas en la misma fila o la misma columna. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesario para obtener la figura 2?

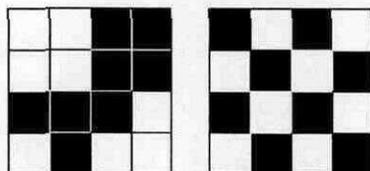
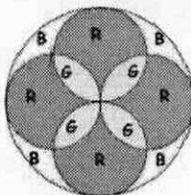


figura 1    figura 2

- A) eso no es posible    B) 2  
C) 3    D) 4    E) 5

20 En una iglesia hay un rosetón como el de la figura, donde las letras R, G y B representan cristales rojos, grises y blancos, respectivamente. Si hay 400 cm<sup>2</sup> de cristal gris, ¿cuánto cristal azul hay en el rosetón?



- A) 396    B) 400    C) 120π    D) 90√2π    E) 382

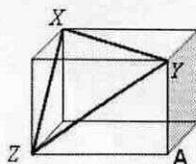
**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

21 Si  $a$  y  $b$  son números mayores que 1, ¿cuál de las siguientes fracciones tiene el mayor valor?

- A)  $\frac{a}{b-1}$     B)  $\frac{a}{6+1}$     C)  $\frac{2a}{2b+1}$     D)  $\frac{2a}{2b-1}$     E)  $\frac{3a}{3b+1}$

22 Las longitudes de los lados del triángulo XYZ son 8 cm, 9 cm y  $\sqrt{55}$  cm. Hallar la longitud de la diagonal XA del paralelepípedo rectángulo de la figura.

- A)  $\sqrt{90}$  cm    B) 10 cm    C)  $\sqrt{120}$  cm    D) 11 cm    E)  $\sqrt{200}$  cm



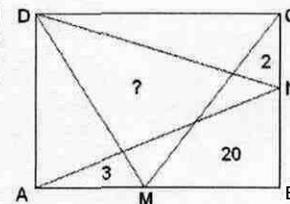
23 ¿Para cuántos valores del número real  $b$  tiene la ecuación  $x^2 - bx + 80 = 0$  dos soluciones distintas que son números enteros pares?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) infinitos

24 ¿Cuántos subconjuntos no vacíos de  $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$  son tales que la suma del mayor y el menor de sus elementos es 13?

- A) 1024    B) 1175    C) 1365    D) 1785    E) 4095

25 Los puntos M y N se eligen en los lados AB y BC del rectángulo ABCD de la figura. Luego el rectángulo se divide en varias partes, tal como se indica. Se conocen las áreas de tres de esas partes, marcadas en la figura igualmente. Hallar el área del cuadrilátero marcado con "?".



- A) 20    B) 21    C) 25    D) 26    E) Faltan datos

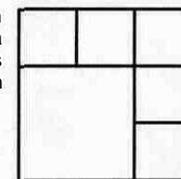
26 Un test se compone de 10 preguntas, cada una de las cuales puede ser contestada con las respuestas "a" o "b". Si contestas "a" a 5 preguntas y "b" a otras 5, puedes estar seguro de que el número de respuestas correctas es, por lo menos, 4. ¿Cuántas plantillas de corrección del test tienen esta propiedad?

- A) 5<sup>5</sup>    B) 252    C) 2    D) 10    E) 22

27 Pablo quita un número de diez números naturales consecutivos. La suma de los restantes es 2006. El número quitado es

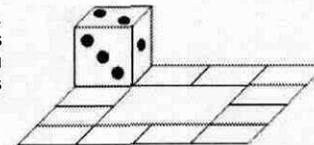
- A) 218    B) 219    C) 220    D) 225    E) 227

28 ¿De cuántas maneras se pueden escribir los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 en los cuadrados de la figura (un número en cada cuadrado) de manera que no haya cuadrados adyacentes en los que la diferencia de los números escritos en ellos sea 3? (Los cuadrados que solo comparten un vértice no son adyacentes)



- A)  $3 \times 2^5$     B) 3<sup>8</sup>    C) 6<sup>3</sup>    D)  $2 \times 3^5$     E)  $3 \times 5^2$

29 Un dado está en la posición que se muestra en la figura. Rueda a lo largo de los 12 cuadrados indicados. ¿Cuántas veces debe recorrer el camino hasta que vuelva a su posición inicial con las caras en sus posiciones iniciales también?



- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) Es imposible.

30 Si cada lado del hexágono regular tiene longitud  $\sqrt{3}$  y XBC y XPQR son cuadrados, ¿cuál es el área de la región sombreada?

- A)  $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$     B)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$     C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
D)  $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$     E)  $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

