



XIV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2007

Nivel 5 (1º de Bachillerato)

Día 15 de marzo de 2007. Tiempo : 1 hora y 15 minutos



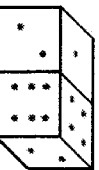
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Ana, Benito y Carlos tienen 30 bolas en total. Si Benito le da 5 a Carlos, Carlos le da 5 a Ana, y Ana le da 2 a Benito, todos tienen el mismo número de bolas. ¿Cuántas tenía Ana al principio?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

2 Dos dados se encuentran situados como se muestra en la figura.



- A) 15 B) 12 C) 7 D) 27 E) otra respuesta

3 Al anunciar los resultados de una tómbola, el locutor dice: "Los boletos ganadores serán aquellos que, teniendo al menos cinco cifras, tienen a lo sumo tres de sus cifras mayores que Z". A continuación extrae boletos con los números 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. ¿Cuántos de estos fueron ganadores?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4 En el triángulo ABC, D es el punto medio de AB, E el de DB y F el de BC. Si el área de ABC es 96, ¿cuánto vale el área de AEF?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

5 Frida ha repartido sus 2007 cuentas en tres bolsas, A, B y C, de manera que cada bolsa tiene el mismo número de cuentas. Si Frida traslada 2/3 de las cuentas de A a C, entonces la razón del número de cuentas de A al de cuentas de C es:

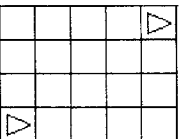
- A) 1 : 2 B) 1 : 3 C) 2 : 3 D) 1 : 5 E) 3 : 2

6 Un organismo internacional tiene 32 miembros. Si su número crece cada año un 50%, ¿Cuántos miembros habrá dentro de 3 años?

- A) 182 B) 128 C) 108 D) 96 E) 80

7 ¿Cuántos caminos, con el mínimo número de movimientos, son posibles para que el rey del ajedrez (representado por un triángulo en la figura) vaya del vértice superior izquierdo al inferior derecho del tablero 4x5 de la figura?

- A) 1 B) 4 C) 7 D) 20 E) 35



8 En la tabla de la figura debe haber en cada fila y en cada columna, dos cuadrados rojos (representados por R) y dos verdes, representados por V. ¿Qué colores debe haber en las casillas X e Y? XY =

R	R		
	R		
	X	V	
Y			

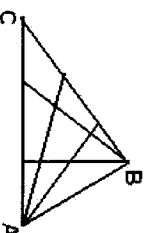
- A) RR B) RV C) VR D) VV E) es imposible

9 Letras distintas representan cifras distintas. Hallar el menor valor posible de la operación **2007 — KAN — GA — ROO**.

- A) 100 B) 110 C) 112 D) 119 E) 129

10 En la figura se muestra un triángulo ABC en el que se han trazado dos segmentos a los lados opuestos, desde dos vértices A, B, dividiendo el triángulo en 9 partes disjuntas. Si se trazaran 4 segmentos desde A y 4 desde B, ¿En cuántas partes quedaría dividido ABC?

- A) 16 B) 25 C) 36 D) 42 E) 49



Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

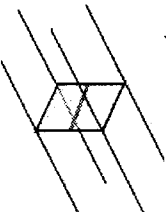
11 Una isla está habitada por nobles (que siempre dicen la verdad) y por mentirosos (que siempre mienten). Se reúnen 12 habitantes de la isla (unos nobles y otros no) y se dicen las siguientes frases: Dos personas dicen "Exactamente 2 de entre los 12 son mentirosos". Otras cuatro personas dicen "Exactamente 4 de entre los 12 son mentirosos". Las 6 personas restantes dicen "Exactamente 6 de entre los 12 son mentirosos". ¿Cuántos mentirosos hay entre los 12?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12 Para obtener el número 8^8 , debemos elevar el número 4^4 al exponente

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

13 Se esquematiza un pasillo en la figura, de modo que el perfil no es un rectángulo, sino un paralelogramo. Hay una puerta de dos hojas, que deben poderse abrir separadamente. ¿Dónde colocamos las bisagras?

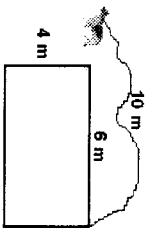


- A) a la izquierda B) a la derecha C) arriba a la izquierda y abajo a la derecha D) abajo a la izquierda y arriba a la derecha E) la puerta nunca se abrirá bien

14 El número de muchachos que han resuelto un problema interesante es el mismo que el de muchachas que no lo han resuelto. ¿Quiénes son más, los que han resuelto el problema o las chicas?

- A) las chicas B) los que han resuelto el problema C) ambos números son iguales
D) imposible saberlo E) tal situación no se puede dar

15 Una cuerda de 10 m de largo está fija en la esquina de la casa, como se muestra en la figura. Hay un perro atado al otro extremo de la cuerda. Hallar el perímetro de la región donde puede encontrarse el perro.



- A) 20π B) 22π C) 40π D) 88π E) 100π

16 Son las 21h y estoy viajando a una velocidad de 100 km/h. A esta velocidad tengo gasolina para viajar 80 km. La gasolinera más próxima está a 100 km de donde estoy ahora. El consumo de gasolina de mi coche por km. es proporcional a la velocidad. ¿Cuál es la hora más temprana a la que puedo llegar a la gasolinera?

- A) 22h 12m B) 22h 15m C) 22h 20m D) 22h 25m E) 22h 30m

17 Un trapecio está formado quitando un trozo de un triángulo equilátero (el trozo contiene un vértice y es un triángulo equilátero más pequeño). Se pega al trapecio un trapecio igual, formando un paralelogramo. El perímetro del paralelogramo es 10 cm más largo que el del triángulo equilátero inicial. ¿Cuál es el perímetro de éste?

- A) 10 cm. B) 30 cm. C) 40 cm. D) 60 cm. E) faltan datos

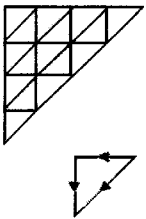
18 Se forma una tira de letras poniendo 20 veces la palabra KANGAROO en sucesión: KANGAROOKANGAROO...KANGAROO. Se borran a continuación las letras que ocupan lugares impares, y este proceso se repite hasta que queda una sola letra. Esta letra es:

- A) K B) A C) N D) G E) O

19 Los equipos de dos escuelas están formados por 5 estudiantes de cada una. Juegan partidos de tenis de mesa, en la especialidad de dobles. Toda pareja posible de la primera escuela juega contra toda pareja posible de la segunda. ¿Cuántos partidos juega cada uno de los 10 jugadores de los dos equipos?

- A) 10 partidos B) 20 partidos C) 30 partidos D) 40 partidos E) 50 partidos

20 ¿De cuántas maneras se puede ir del vértice superior de la hipotenusa al interior? Los sentidos de recorrido se muestran en la figura

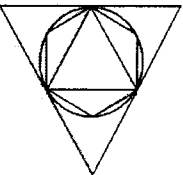


- A) 16 B) 27 C) 64 D) 90 E) 111

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 En la figura se ve un círculo, en el que se ha inscrito un hexágono regular y un triángulo equilátero, y circunscrito al círculo hay un triángulo equilátero. S_1 es el área del triángulo grande, S_2 la del pequeño y S_3 la del hexágono. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es verdad?

- A) $S_3 = \sqrt{S_1 \times S_2}$ B) $S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2}$ C) $S_1 = S_2 + S_3$
D) $S_3 = \sqrt{S_1^2 \times S_2^2}$ E) $S_1 = S_3 + 3S_2$

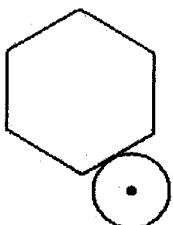


22 En un pueblo no hay dos personas con el mismo número de cabellos. Nadie tiene exactamente 2007 cabellos. José tiene el mayor número de cabellos del pueblo. El número de habitantes es mayor que el número de cabellos de José. ¿Cuál es el máximo número posible de habitantes?

- A) 0 B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

23 Una moneda de diámetro 1 cm. rueda alrededor de un hexágono regular de arista 1 cm. ¿Cuál es la longitud del camino descrito por el centro de la moneda?

- A) $6 + \pi/2$ B) $6 + \pi$ C) $12 + \pi$
D) $6 + 2\pi$ E) $12 + 2\pi$



24 A es el menor número con la siguiente propiedad: 10A es un cuadrado perfecto y 6A es un cubo perfecto. ¿Cuántos divisores positivos tiene A?

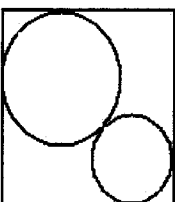
- A) 30 B) 40 C) 54 D) 72 E) 96

25 En una caja de seguridad hay collares. Todos ellos tienen el mismo número de diamantes (al menos dos en cada collar). El número de diamantes está comprendido entre 200 y 300. Si se conociera el número de diamantes, se conocería sin duda el de collares. ¿Cuántos collares hay en la caja?

- A) 16 B) 17 C) 19 D) 25 E) otra respuesta

26 Dos circunferencias están situadas como se muestra en la figura. El lado del cuadrado vale 1. ¿Cuál es la suma de los radios de las circunferencias?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $2 - \sqrt{2}$
E) depende de los dos radios, no es constante



27 En una caja hay tres cartas de cada uno de los colores siguientes: rojo, amarillo, verde y azul. Las tres cartas de cada color están numeradas del 1 al 3. Se toman aleatoriamente 3 cartas de la caja. ¿Cuál de los siguientes sucesos es el más probable?

- A) Las 3 cartas son del mismo color
B) Las 3 cartas llevan los números 1,2,3
C) Las tres cartas son de diferente color
D) Las tres cartas tienen el mismo número
E) Ninguno, los 4 sucesos son equiprobables

28 En una fiesta cinco amigos se dan regalos de manera que todos dan un regalo y reciben otro. Nadie se regala a sí mismo. ¿De cuántas maneras es esto posible?

- A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

29 Las soluciones reales de la ecuación $x^2 - 3x + 1 = 0$ son a y b. El valor de $a^3 + b^3$ es

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

30 La distancia entre dos aristas opuestas de un tetraedro regular es 6 cm. ¿Cuál es el volumen del tetraedro en centímetros cúbicos?

- A) 18 B) 36 C) 48 D) 72 E) 144