



XII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2005

Nivel 3 (3º de E.S.O.)



Día 17 de marzo de 2005. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le correspondieran si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

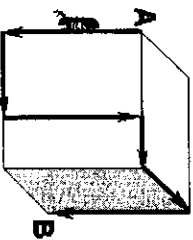
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

- 1 Hay ocho canguros en las casillas de la tabla, como se ve en la figura de la derecha. Encuentra el mínimo número de canguros que tienen que saltar a otra celda para que haya exactamente dos canguros en cada fila y en cada columna de la tabla.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 2 El dibujo muestra un cubo con aristas de longitud 12 cm. Una hormiga va recorriendo la superficie del cubo desde A hasta B siguiendo el camino que se indica con línea gruesa. ¿Cuántos centímetros recorre la hormiga?

- A) 40 cm. B) 48 cm. C) 50 cm.
D) 60 cm. E) Es imposible calcularlo



- 3 ¿Cuántas horas hay en la mitad de un tercio de un cuarto de día?

- A) 1/3 B) 1/2 C) 1 D) 2 E) 3

- 4 Dos chicas y tres chicos se comen, entre todos, 16 caramelos. Cada chico come el doble de caramelos que cada chica. ¿Cuántos caramelos se comen tres chicas y dos chicos con la misma pasión por los caramelos?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 17

- 5 En una guardería, el 50% de los alumnos tienen bicicleta. Entre los alumnos que tienen bicicleta, el 30% tienen patines. ¿Qué porcentaje de alumnos tienen bicicleta y patines?

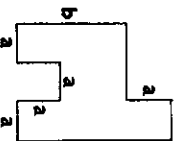
- A) 15% B) 20% C) 25% D) 40% E) 80%

- 6 En un triángulo ABC, el ángulo en A es el triple que el ángulo en B y la mitad que el ángulo en C. ¿Cuánto mide el ángulo en A?

- A) 30º B) 36º C) 54º D) 60º E) 72º

- 7 El diagrama muestra el plano de una habitación. Las paredes adyacentes son perpendiculares entre sí. Las letras a y b representan las dimensiones, en longitud, de la habitación. ¿Cuál es el área de la habitación?

- A) $2ab + a(b - a)$ B) $3a(a + b) - a^2$ C) $3a^2b$
D) $3a(b - a) + a^2$ E) $3ab$



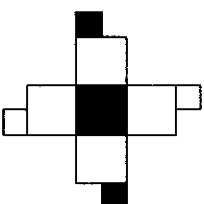
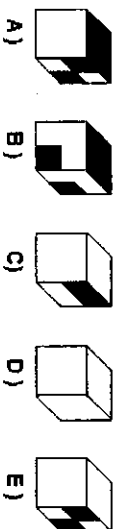
- 8 Julia cortó una hoja de papel en diez trozos. Luego cogió un trozo y lo cortó de nuevo en diez trozos. Así siguió cortando los papeles del mismo modo tres veces más. ¿Cuántos trozos de papel tenía después del último corte?

- A) 36 B) 40 C) 46 D) 50 E) 56

- 9 Un cierto número de cuervos se colocan, de uno en uno, en un determinado número de postes en la parte de atrás de la granja. Desafortunadamente, para un cuervo no queda ningún poste. Algo más tarde, los mismos cuervos se colocan de dos en dos sobre los mismos postes, quedando un poste sin ningún cuervo. ¿Cuántos postes hay?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

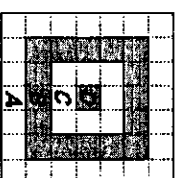
- 10 ¿Cuál de los siguientes cubos ha sido construido a partir del plano de la derecha?



Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una.

- 11 Considera una diana para dardos como se muestra en la figura. La puntuación es inversamente proporcional al área de cada región. Si un impacto en la región B supone obtener 10 puntos, entonces un impacto en la región C supone obtener...

- A) 5 puntos B) 8 puntos C) 16 puntos
D) 20 puntos E) 24 puntos

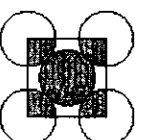


- 12 Un grupo de compañeros de clase está planificando un viaje. Si cada uno de ellos hiciera una aportación de 14 €, para los gastos del viaje, les faltarían 4 €. Pero si cada uno de ellos hiciera una contribución de 16 €, obtendrían 6 € más de los que necesitan. ¿Cuánto debería contribuir cada alumno para obtener la cantidad exacta para el viaje?

- A) 14,40 € B) 14,50 € C) 14,80 € D) 15 € E) 15,20 €

- 13 En el gráfico, las cinco circunferencias tienen el mismo radio y se "tocan" como se ve en él. El cuadrado tiene sus vértices en los centros de las cuatro circunferencias exteriores. La razón entre la parte sombreada y la parte no sombreada de las cinco circunferencias es...

- A) 1:3 B) 1:4 C) 2:5 D) 2:3 E) 5:4



- 14 El relojero trabaja durante cuatro días seguidos y descansa el quinto día. Descansó el Domingo pasado y empezó a trabajar el Lunes. ¿Después de cuántos días, a partir de ese Lunes, volverá a ser Domingo su día de descanso?

- A) 27 B) 36 C) 13 D) 34 E) 7

- 15 A la serie de letras AGKNORU (en orden alfabético) se le asocia una serie de dígitos diferentes, colocados en orden creciente. ¿Cuál es el número más grande que puede ser asociado a la palabra KANGOROU?

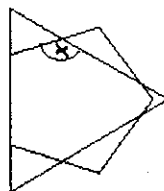
- A) 987654321 B) 987654354 C) 436479879 D) 536479879 E) 597354354

- 16 Desde el mediodía hasta la medianoche el "ListoGato" está durmiendo bajo el robe y desde medianoche hasta mediodía está contando historias. Hay un cartel en el robe que dice: "Hace dos horas el 'ListoGato' estaba haciendo lo mismo que hará dentro de una hora". ¿A lo largo de cuántas horas al día lo que dice cartel es verdadero?

A) 6 horas B) 12 horas C) 18 horas D) 3 horas E) 21 horas

- 17 El dibujo muestra un triángulo equilátero y un pentágono regular. ¿Cuánto mide, en grados, el ángulo x ?

A) 124° B) 128° C) 132° D) 136° E) 140°

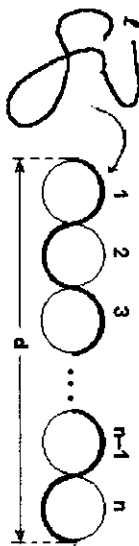


- 18 Miguel escoge un número de tres cifras y otro número de dos cifras. ¿Cuánto vale la suma de estos dos números si su diferencia es 989?

A) 1000 B) 1001 C) 1009 D) 1010 E) 2005

- 19 La longitud de la cuerda l es...

A) d B) πd C) $2\pi d$
D) $\frac{\pi}{2}d$ E) πd



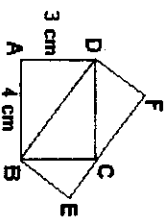
- 20 Para cualquier número natural n , llamamos longitud de n al número de factores en la expresión de n como producto de números primos. Por ejemplo, la longitud del número $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ es igual a 4. ¿Cuántos números impares menores que 100 tienen longitud igual a 3?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) otra respuesta

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

- 21 En la figura se muestran dos rectángulos ABCD y DBEF. ¿Cuál es el área del rectángulo DBEF?

A) 10 cm^2 B) 12 cm^2 C) 13 cm^2 D) 14 cm^2 E) 16 cm^2



- 22 Pedro tiene una caja fuerte con un código de tres cifras. Ha olvidado el código pero sabe que las tres cifras son diferentes y que la primera cifra es igual al cuadrado de la razón de la segunda y la tercera cifras. ¿Cuántos códigos de tres cifras cumplen estas condiciones?

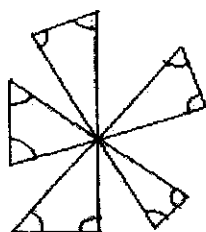
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

- 23 ¿Cuántos números de dos cifras, distintas de cero, son mayores que el triple del número que resulta de cambiar la posición de sus cifras?

A) 6 B) 10 C) 15 D) 22 E) 23

- 24 ¿Cuánto vale la suma de los 10 ángulos marcados en la figura?

A) 300° B) 450° C) 360° D) 600° E) 720°

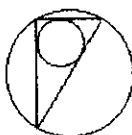


- 25 Un barril contiene 64 litros de vino. Reemplazamos 16 litros de vino por 16 litros de agua. Supongamos que el vino y el agua se mezclan uniformemente y que el volumen de la mezcla es la suma de los dos volúmenes. Después reemplazamos 16 litros de la mezcla por 16 litros de agua. Esperamos a que se mezclen y volvemos a hacerlo una vez más. ¿Cuántos litros de vino (por supuesto, mezclados con agua) permanecen en el barril?

A) 27 litros B) 24 litros C) 16 litros D) 30 litros E) 48 litros

- 26 Sean a y b los lados más cortos del triángulo de la figura. Si d es el diámetro de la circunferencia inscrita y D el diámetro de la circunferencia circunscrita a este triángulo, entonces $d + D$ es igual a...

A) $a+b$ B) $2(a+b)$ C) $0,5 \cdot (a+b)$ D) $\sqrt{a \cdot b}$ E) $\sqrt{a^2 + b^2}$

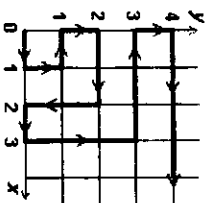


- 27 La media de diez números enteros positivos diferentes es 10. ¿Cuánto puede valer el mayor de los diez números como máximo?

A) 10 B) 45 C) 50 D) 55 E) 91

- 28 Una partícula se mueve a través del primer cuadrante como se indica en la figura. Durante el primer minuto se mueve desde el origen hasta (1,0). A continuación continúa moviéndose siguiendo las direcciones indicadas por la parte positiva de los ejes X e Y, moviéndose una unidad de distancia paralela a un eje cada minuto. ¿A qué punto llegará la partícula después de exactamente 2 horas?

A) (10,0) B) (1,11) C) (10,11) D) (2,10) E) (11,11)



- 29 Carlos dice la verdad tres días a la semana durante todo el día y los cuatro restantes miente siempre. Hoy ha dicho exactamente cuatro de las siguientes frases. ¿Cuál de ellas no ha dicho hoy?

A) Entre chicos y chicas tengo un número primo de amigos.
B) Tengo tantos amigos chicos como amigas chicas.
C) 288 es divisible por 4.
D) Siempre digo la verdad.
E) Tres de mis amigos son mayores que yo.

- 30 ¿Cuántos grupos de números enteros positivos consecutivos, con al menos dos elementos, cumplen que la suma de sus elementos es igual a 100?

A) 1 grupo B) 2 grupos C) 3 grupos D) 4 grupos E) ningún grupo



XII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2005

Nivel 4 (4º de E.S.O.)



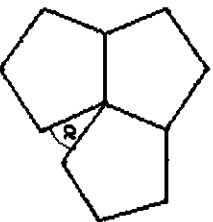
Día 17 de marzo de 2005. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le correspondieran si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

- 1 El inverso de $2 + \sqrt{5}$ es:
 A) $2 - \sqrt{5}$ B) $-2 - \sqrt{5}$ C) $\sqrt{5} + 2$ D) $\sqrt{5} - 2$ E) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

- 2 En la figura, los tres pentágonos son regulares e iguales. la medida del ángulo α marcado es



- A) 40° B) 36° C) 36° D) 34° E) 32°

- 3 ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

- A) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

- 4 Tom y Jerry tienen una bolsa de patatas fritas cada uno. Si Jerry le diera a Tom siete patatas, Tom tendría el doble de las patatas que Jerry. Si Tom le diera a Jerry siete patatas, ambos tendrían el mismo número. ¿Cuántas patatas tienen entre los dos?

- A) 21 B) 35 C) 42 D) 77 E) 84

- 5 ¿Cuál de las siguientes igualdades expresa el hecho de que el número m es el 30% menos que el número k?

- A) $m = 0,7k$ B) $m = 0,3k$ C) $m = k - 0,7$ D) $m = k - 0,3$ E) $m = k - 30$

- 6 Un hotel tiene p pisos y hay h habitaciones en cada piso. Un tercio de las habitaciones son individuales, y el resto dobles. ¿Cuántas camas hay en el hotel?

- A) $p \left(\frac{h}{3} + \frac{2h}{3} \right)$ B) $ph + \frac{h}{3} + 2 \cdot \frac{2h}{3}$ C) $p \left(\frac{h}{3} + 2 \cdot \frac{2h}{3} \right)$ D) $ph + \frac{p}{3} + \frac{2p}{3}$ E) ph

- 7 Ordenar en orden decreciente los números $a = 2^{25}$, $b = 3^{36}$, $c = 4^{27}$, $d = 5^{16}$.

- A) c, d, a, b B) c, a, b, d C) b, c, a, d D) b, c, d, a E) b, d, c, a

- 8 Un comerciante compra 15 juguetes por n € y vende cada juguete por n/10 €. ¿Cuánto gana el comerciante al vender cada juguete?

- A) $\frac{n}{48}$ B) $\frac{n}{30}$ C) $\frac{n}{24}$ D) $\frac{n}{12}$ E) $\frac{n}{4}$

- 9 El hijo de Guillermo Tell practica disparando flechas. Una de sus flechas atraviesa las pestas y todas las páginas de un libro. En total hay 148 agujeros. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

- A) 74 B) 146 C) 148 D) 292 E) 296

- 10 El ángulo interior de un polígono regular es de 150° . ¿Cuántos lados tiene el polígono?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

- 11 Durante una tormenta, cae un rayo a 20 km de nosotros. ¿Aproximadamente, cuánto tiempo después de ver el rayo oímos el trueno?

- A) 2 segundos B) 5 seg C) 20 seg D) 30 seg E) 1 minuto

- 12 Una persona poco educada le pregunta a una dama cuántos años tiene. La dama le contesta: "Si viviera 100 años, mi edad ahora sería los cuatro tercios de la mitad de los años que me quedarían por vivir". La edad de la dama es

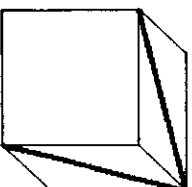
- A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

- 13 ¿Cuántos pares ordenados, (a,b), de enteros positivos cumplen la condición de que su m.c.d. es 24 y su mínimo común múltiplo es 2496?

- A) 4 B) 6 C) 2 D) 0 E) infinitos

- 14 ¿Cuál es la medida en grados del ángulo formado por las dos diagonales de dos caras de un cubo, como se muestra en la figura?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120



- 15 Una jarra grande contiene agua suficiente para llenar 7 vasos, mientras que una jarra pequeña contiene agua para llenar 4 vasos del mismo tipo. En el café del Canguro Matemático hay 2 jarras grandes más que pequeñas. Entre todas pueden llenar 124 vasos. ¿Cuántas jarras hay en total, entre grandes y pequeñas?

- A) 10 B) 12 C) 19 D) 22 E) 31

- 16 El menor número natural n tal que $n^2 - 1$ sea el producto de tres números primos distintos, es

- A) 22 B) 10 C) 14 D) 11 E) 15

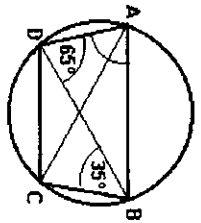
- 17 Las caras de una caja ortorrédica tienen áreas de 3 m^2 , $4,5 \text{ m}^2$ y 6 m^2 . El volumen de la caja es

- A) 9 m^3 B) 18 m^3 C) 27 m^3 D) 54 m^3 E) 81 m^3



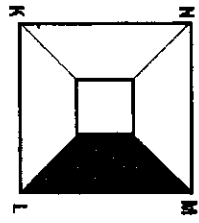
18 En la figura, ABCD es un trapecio inscrito en un círculo. El ángulo interior del trapecio de vértice A mide

- A) 70° B) 75° C) 80° D) 105° E) No se puede determinar



19 KLMN es un cuadrado de 6 cm de lado. Dentro de él hay un cuadrado de 2 cm de lado. Ambos cuadrados tienen el mismo centro y sus lados son paralelos. ¿Qué porción del área del cuadrado KLMN es el área de la parte oscura?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{3}{11}$



20 Cada dos vértices de un cubo se unen por un segmento en el que se marca su punto medio. ¿Cuántos puntos medios distintos, de esos segmentos, se han marcado?

- A) 8 B) 12 C) 18 D) 19 E) 27

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 La última cifra del producto $(1+3+3^2+\dots+3^{20})(1+2+2^2+\dots+2^{20})$ es

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 9

22 Si a, b, c son tres números reales tales que $a < b < c$ y $a^2 > c^2 > b^2$. ¿Cuántas de las cinco desigualdades siguientes

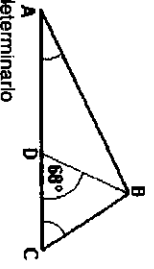
$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{a^2} < \frac{1}{c^2}, \quad a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0$$

son siempre ciertas para dichos números?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

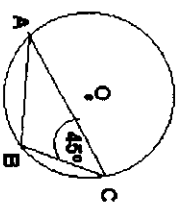
23 En el triángulo ABC la bisectriz del ángulo B corta al lado AC en el punto D. Siendo $\widehat{BDC} = 68^\circ$, ¿cuánto vale la diferencia $\widehat{ACB} - \widehat{BAC}$?

- A) 44° B) 120° C) 24° D) 30° E) imposible determinar



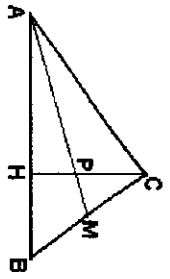
24 El punto O es el centro del círculo de radio 5. Entonces AB vale

- A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) $10\sqrt{2}$



25 En la figura, AM es una mediana del triángulo ABC y CH una altura. Las longitudes de dos lados del triángulo son 3 cm y 4 cm. Si $CP = 2 \cdot PH$, ¿cuál es de los siguientes valores puede ser la longitud del tercer lado?

- A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) o bien 3cm, o bien 4cm E) cualquier número entre 4 cm y 5 cm



26 El 1-3-2003 una persona muy obesa pesaba el 20% más que lo que pesaba el 1-3-2002. Tras una severa dieta, el 1-3-2004 pesaba el 30% menos que lo que pesaba el 1-3-2003. Pero como le gusta comer bien, el 1-3-2005 pesaba el 25% más que el 1-3-2004. Entonces, el 1-3-2005, el peso de esta persona, respecto al que tenía el 1-3-2002,

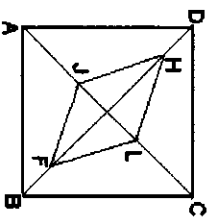
- A) es el mismo B) aumentó en un 15% C) aumentó un 5%
D) disminuyó un 5% E) disminuyó un 15%

27 En una caja hay 9 tarjetas numeradas del 1 al 9. Ana y Bárbara sacan al mismo tiempo una tarjeta de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la tarjeta de Ana sea el doble o más que el número de la tarjeta de Bárbara?

- A) $\frac{7}{18}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{28}{81}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{1}{3}$

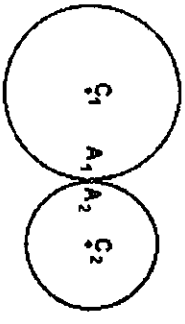
28 En la figura, los puntos J y L están en la diagonal AC del cuadrado ABCD de modo que $AJ = JL = LC$. Los puntos H y F están en la diagonal BD de modo que $BD = 6 \cdot HD$. Entonces, la razón entre el área del cuadrado ABCD y el área del rombo HJFL es

- A) 3 B) 3,5 C) 4 cm D) 4,5 E) 5



29 El círculo pequeño de radio 3 cm gira, sin deslizarse, por la circunferencia del círculo más grande, que tiene de radio 4 cm. Al empezar coinciden el punto A₁ de la circunferencia pequeña con el punto A₁ de la grande. La longitud recorrida por el centro C₂ de la circunferencia pequeña hasta que A₂ vuelva a coincidir por primera vez con el punto A₁ es

- A) 18 π B) 21 π C) 24 π D) 36 π E) 42 π



30 Si se cumplen las condiciones siguientes:
$$\begin{cases} a+b+c+d = 2p \\ a^2+b^2 = c^2+d^2 \\ x = (p-a)(p-b)(p-c)(p-d) \end{cases}$$
 entonces el valor de x es igual a

- A) abcd B) $\frac{a+b+c+d}{4}$ C) $\frac{a^2b^2 - c^2d^2}{4}$ D) $ab+bc+cd+da$ E) $\frac{(ab+cd)^2}{4}$