

	<p align="center"><b>Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León</b></p>	<p align="center"><b>MATEMÁTICAS II</b></p>	<p align="center"><b>EJERCICIO</b></p> <p align="center">Nº Páginas: 2</p>
---	---	---	--

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD:** El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

**2.- CALCULADORA:** Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

**OPCIÓN A**

**E1.-** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a) Calcular, cuando sea posible, las matrices  $C \cdot B^t$ ,  $B^t \cdot C$ ,  $B \cdot C$ . **(0,75 puntos)**

b) Hallar  $a$  para que el sistema  $x \cdot A + y \cdot B = 4 \cdot C$  de tres ecuaciones y dos incógnitas  $x$  e  $y$ , sea compatible determinado y resolverlo para ese valor de  $a$ . **(1,75 puntos)**

**E2.-** Sean los puntos  $A(1, 2, -1)$ ,  $P(0, 0, 5)$ ,  $Q(1, 0, 4)$  y  $R(0, 1, 6)$ .

a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $A$ , es paralela al plano que pasa por los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , y tal que la primera componente de su vector director es doble que la segunda. **(1,75 puntos)**

b) Hallar la distancia del punto  $A$  al plano que pasa por  $P$ ,  $Q$  y  $R$ . **(0,75 puntos)**

**E3.-** Sea la función  $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} + bx & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ c \ln x & \text{si } 1 < x \end{cases}$ . Hallar  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que  $f(x)$  es

continua en  $(0, \infty)$ , la recta tangente a  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = \frac{1}{16}$  es paralela a la recta  $y = -4x + 3$ , y se cumple que  $\int_1^e f(x) dx = 2$ . **(2,5 puntos)**

**E4.-** a) Estudiar el crecimiento de la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$ . **(1 punto)**

b) Probar que la ecuación  $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$  tiene exactamente tres soluciones reales. **(1,5 puntos)**

## OPCIÓN B

**E1.-** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ .

- a) ¿Para qué valores de  $a$  la matriz  $A$  es inversible? **(0,5 puntos)**  
b) Estudiar el rango según los valores de  $a$ . **(0,5 puntos)**  
c) Hallar  $a$  para que se cumpla  $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot A$ . **(1,5 puntos)**

**E2.-** Sean los puntos  $P(1, 4, -1)$ ,  $Q(0, 3, -2)$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 4 \end{cases}$ .

- a) Hallar la ecuación del plano que pasa por  $P$ , por un punto  $R$  de la recta  $r$  y es perpendicular a la recta que pasa por  $Q$  y por  $R$ . **(1,5 puntos)**  
b) Hallar el ángulo que forman la recta  $r$  y el plano  $\pi \equiv x - y - 3 = 0$ . **(1 punto)**

**E3.-** Sea la función  $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ .

- a) Calcular sus asíntotas y estudiar su crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**  
b) Dibujar el recinto comprendido entre la recta  $y = 1$ , la gráfica de la función  $f(x)$ , el eje  $OY$  y la recta  $x = 2$ ; calcular el área de dicho recinto. **(1,5 puntos)**

**E4.-** Determinar, de entre los triángulos isósceles de perímetro 6 metros, el que tiene área máxima. **(2,5 puntos)**