XVIII CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2011

Nivel 1 (1º de E.S.O.)

Día 17 de marzo de 2011. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Basilio quiere pintar la palabra KANGAROO, pero es perezoso y sólo pinta una letra cada día. Empieza el Miércoles. ¿Qué día pintará la última letra?

A) Lunes B) Martes C) Miércoles D) Jueves E) Viernes

2 Un motorista recorre una distancia de 28 km en 30 minutos, a velocidad constante. ¿Cuál es ésta, en km/h?

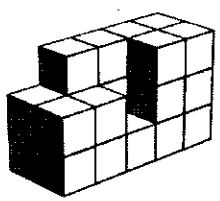
A) 28 B) 36 C) 56 D) 58 E) 62

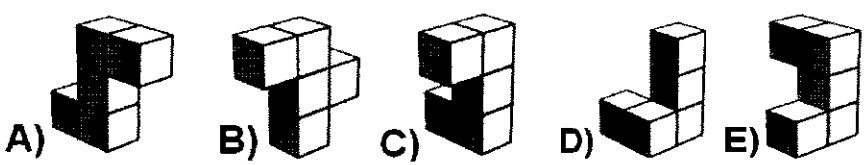
3 Un cuadrado de papel se corta en dos partes, mediante un único corte recto. ¿Cuál de las siguientes no puede ser la forma de ninguna de las dos piezas en que se ha dividido el cuadrado?

A) Cuadrado B) Rectángulo C) Triángulo rectángulo D) pentágono E) triángulo isósceles

4 La figura muestra un paralelepípedo parcialmente construido.

¿Cuál de las siguientes piezas completa el paralelepípedo?

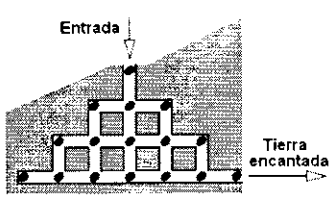




5 En Lalilandia, todas las casas del lado derecho de la calle están numeradas con números impares en los que no aparece la cifra 3. Las casas se numeran en orden creciente, empezando en el 1 (primera casa). ¿Qué número le corresponde a la decimoquinta casa?

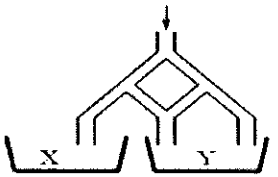
A) 29 B) 41 C) 43 D) 45 E) 47

6 El hámster Matías quiere ir a la Tierra Encantada atravesando varios túneles, en los que hay 16 semillas de calabaza distribuidas como se indica en la figura.
¿Cuál es el mayor número de semillas que se puede llevar consigo, si no se le permite pasar por cada cruce más que una vez?



A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

7 Derramamos 1000 litros de agua por la entrada de la conducción de la figura, donde está la flecha. Cada vez que el agua llega a una bifurcación, el caudal se divide en dos partes iguales.
¿Cuántos litros de agua llegan al depósito Y?

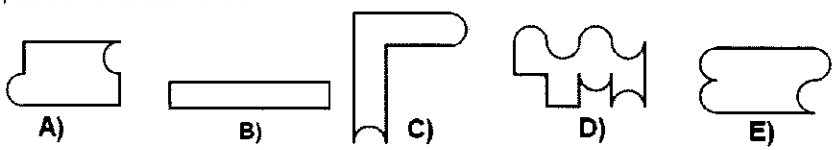


A) 500 B) 660 C) 666,67 D) 750 E) 800

8 La fecha 01-03-05 (1 de marzo de 2005) está formada por tres impares consecutivos en orden creciente. Es la primera fecha de este tipo del siglo XXI. ¿Cuántas fechas en el siglo tendrán esta misma forma (incluida 01-03-05) ?

A) 5 B) 6 C) 16 D) 13 E) 8

9 La figura muestra cuatro piezas de un puzle.
Las cuatro piezas se ensamblan sin agujeros o solapamientos, para dar lugar a varias formas. ¿Cuál de las siguientes no se puede formar de esta manera?



10 Cuando la gata Lali no está cazando, se bebe 60 ml de leche al día. Pero cuando caza ratones, bebe un tercio más de leche. En las últimas dos semanas ha estado cazando ratones todos los días. ¿Cuánta leche ha bebido en ese periodo?

A) 840 ml B) 980 ml C) 1050 ml D) 1120 ml E) 1960 ml

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Se escriben las letras de la palabra KANGAROO en casillas de una tabla. La primera letra se puede escribir en cualquier casilla, y las siguientes en una casilla que tenga por lo menos un punto común con la casilla donde se escribió la letra anterior.
¿Cuál de las siguientes tablas no se puede formar de este modo?

K	A
N	O
O	G
R	A

A)

N	G
A	A
K	R
O	O

B)

O	O
K	R
A	A
G	N

C)

K	A
N	G
O	O
R	A

D)

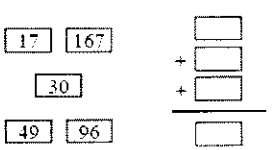
K	O
A	O
R	N
A	G

E)

12 Todos los enteros de 4 cifras que tienen las mismas cifras que 2011 se colocan en una lista en orden creciente (cada número de la lista tiene un dos, dos unos y un cero). ¿Cuál es la diferencia entre los dos números que están a ambos lados de 2011, en esta lista?

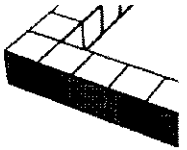
A) 890 B) 891 C) 900 D) 909 E) 990

13 Cuatro de los números de la parte izquierda de la figura se mueven a las casillas de la parte derecha, de manera que la suma sea correcta¿Qué número se queda en la parte izquierda?



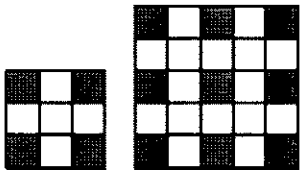
A) 17 B) 30 C) 49 D) 96 E) 167

14 Nina usa 36 cubos iguales para construir el borde de una región cuadrada, una de cuyas esquinas se muestra en la figura.
¿Cuántos cubos más necesita usar para rellenar la parte interior de la región?



A) 36 B) 49 C) 64 D) 81 E) 100

15 Algunos pisos cuadrados se han embaldosado con baldosas blancas y grises. Los que usan 4 y 9 baldosas grises se muestran en la figura Cada piso tiene una baldosa gris en las esquinas, y cada baldosa gris está rodeada por baldosas blancas. ¿Cuántas de estas últimas harán falta para un piso que lleva 25 baldosas grises?



A) 25 B) 39 C) 45 D) 56 E) 72

16 Un alumno despistado multiplica un entero por 301, pero se olvida del cero y en su lugar multiplica (bien, esta vez) por 31, obteniendo 372. ¿Cuál es el resultado correcto de la multiplicación por 301?

A) 3010 B) 3612 C) 3702 D) 3720 E) 30720

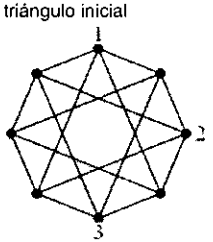
17 El Atlético Escalerillas, en tres partidos, marcó tres goles y encajó uno. Ganó uno de los partidos, empató otro y perdió el tercero. ¿Cuál fue el resultado del partido que ganó?

A) 2–0 B) 3–0 C) 1–0 D) 4–1 E) 0–1

18 Tres puntos en una hoja de papel son los vértices de un triángulo. Se quiere dibujar otro punto que forme con esos tres un paralelogramo. ¿Cuántas posibilidades hay para situar ese cuarto punto?

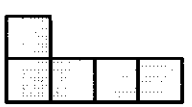
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) depende de la forma del triángulo inicial

19 La figura muestra ocho puntos unidos por segmentos.
Uno de los números 1,2,3,4 se escribe en cada punto de modo que los números de los extremos de cada segmento sean distintos. En la figura ya aparecen señalados tres de los números. ¿Cuántas veces aparecerá marcado el número 4 cuando la figura se complete?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20 Usando únicamente piezas como la de la figura se quiere construir un cuadrado sin agujeros ni solapamientos. ¿Cuál es el menor número de piezas necesarias?



A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

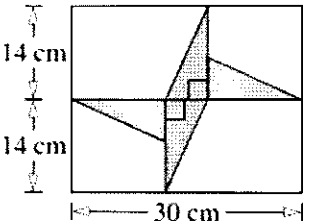
21 Hay 10 estudiantes en la clase de baile. La profesora tiene 80 caramelos, que reparte a partes iguales entre las alumnas y le sobran tres caramelos. ¿Cuántos chicos hay en la clase?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 7

22 Una gata tiene gatitos de 7 colores diferentes: blanco; negro; rubio; blanco y negro; rubio y blanco; negro y rubio; y blanco, negro y rubio. ¿De cuántas maneras se pueden poner 4 gatitos en la cesta de modo que cada par de gatitos compartan por lo menos un color?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

23 La figura muestra cuatro triángulos rectángulos iguales dentro de un rectángulo
¿Cuál es el área total de los cuatro triángulos?

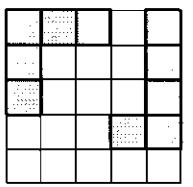


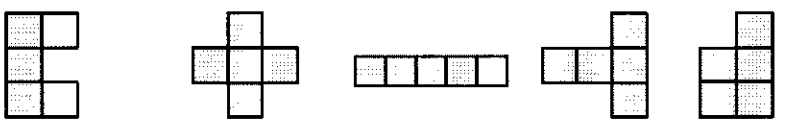
A) 46 cm ^{2} B) 52 cm ^{2} C) 54 cm ^{2} D) 56 cm ^{2} E) 64 cm ^{2}

24 Alex dice que Pedro miente. Pedro dice que Marcos miente. Marco dice que Pedro miente. Toni dice que Alex miente. ¿Cuántos de los cuatro chicos mienten?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

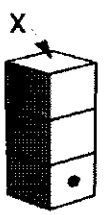
25 Lina ha colocado dos piezas grises en el tablero 5x5, como se muestra en la figura.
¿Cuál de las cinco piezas siguientes se ha de colocar en la parte vacía del tablero de modo que ninguna de las cuatro restantes pueda colocarse en el espacio vacío que quede? (las piezas se pueden girar o voltear, pero deben cubrir cuadrados por completo)





A) B) C) D) E)

26 La figura muestra tres dados idénticos, unos encima de otros.
En cada dado, la suma de puntos en dos caras opuestas es 7. La pila se ha formado de manera que la suma de los puntos que hay en las caras en contacto de los dados es 5.
¿Cuántos puntos hay en la cara marcada con X?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

27 Se dibujan cuatro circunferencias en el plano, de modo que cada par de ellas tenga exactamente un punto común. ¿Cuál es el mayor número de puntos que pueden pertenecer a más de una circunferencia?

A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

28 En un cierto mes hay 5 sábados y 5 domingos, pero sólo 4 viernes y 4 lunes. El mes siguiente tendrá:

A) 5 miércoles B) 5 jueves C) 5 viernes D) 5 sábados E) 5 domingos

29 Se tienen cuatro números positivos, $x < y < z < t$. Se quiere incrementar uno de ellos en 1 unidad, de manera que el producto de los cuatro "nuevos" números (tres de ellos no han variado) sea tan pequeño como sea posible. ¿Qué número se debe incrementar?

A) x B) y C) z D) t E) ó y, ó z

30 Las cifras de un número positivo de cinco cifras son 1, 2, 3, 4 y 5, no necesariamente en ese orden. La primera cifra del número es divisible por 1; las dos primeras forman un número divisible por 2; las tres primeras forman un número divisible por 3; las cuatro primeras forman un número divisible por 4; y el número completo es divisible por 5. ¿Cuántos números hay en esas condiciones?

A) Ninguno B) 1 C) 2 D) 5 E) 10

XVIII CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2011

Nivel 2 (2º de E.S.O.)

Día 17 de marzo de 2011. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Cada uno de los 12 cachorros es ruidoso o dormilón. Exactamente 8 de ellos son ruidosos y 9 son dormilones. ¿Cuántos son a la vez ruidosos y dormilones?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

2 El profesor le dice un número a Carlos y le pide que le sume 4 y luego divida el resultado entre 5. Carlos se equivoca, suma 5 al número dado y divide el resultado entre 4, obteniendo así 54. ¿Cuál hubiera sido la respuesta correcta?

A) 43 B) 45 C) 56 D) 98 E) otra respuesta

3 Tenemos un prisma triangular. ¿Cuántas de las siguientes propiedades son falsas?

- Tiene 5 caras
- Tiene 3 caras rectangulares
- Tiene 6 vértices
- Tiene 9 aristas

A) 0 B) 1 C) 2 1 D) 3 E) 4

4 Un grupo de chicas forma un circulo. María es la quinta por la izquierda desde Diana, y la sexta por la derecha desde Diana. ¿Cuántas chicas hay en el grupo?

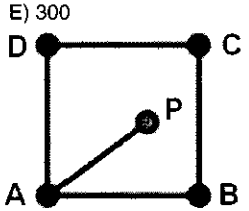
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

5 Los elefantes deciden tener una fiesta. Eligen una zona rectangular, de 550 m de larga por 200 m de ancha. En cada hectárea de esa zona hay 40 elefantes. ¿Cuántos elefantes hay en la fiesta?

A) 440 B) 240 C) 200 D) 400 E) 300

6 ABCD es un cuadrado de 5 cm de lado. P es un punto interior al cuadrado que dista 5 cm de A, y 1 cm del lado BC. ¿Cuánto vale el área del triángulo APD?

A) 8 cm^2 B) 10 cm^2 C) 25 cm^2 D) 16 cm^2 E) 15 cm^2



7 Matías ha lanzado una moneda no trucada tres veces y ha obtenido Cara, Cara, Cara. Entonces podemos estar seguros de que, en los tres lanzamientos siguientes,

A) Saldrán sólo Cruces B) saldrán sólo Caras C) habrá más cruces que caras

D) habrá más caras que cruces E) No se puede asegurar nada

8 Matías escribe en el encerado todos los números naturales entre 1 y 40. Entre los 20 primeros pone signos +, y luego empieza a poner signos – entre cada uno de los números siguientes hasta que obtiene como resultado 14. ¿Cuál es el último número restado?

A) 27 B) 29 C) 30 D) 28 E) 26

9 Gregorio hace modelos de barcos y de aviones. Tiene el triple de barcos que de aviones. Lleva algunos de sus modelos a una exposición. Deja 8 modelos en casa: dos aviones y la mitad de todos los barcos. ¿Cuántos aviones ha llevado a la exposición?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 12

10 Si un cierto año, el 1 de abril es domingo, entonces el 1 de Mayo será:

A) Domingo B) Lunes C) Martes D) Jueves E) Sábado

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Si $a=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2010}$ y $b=\frac{3}{2}+\frac{5}{3}+\frac{7}{4}+\cdots+\frac{4019}{2010}$, entonces a+b vale

A) 4018 B) 4020 C) 2009 D) 2010 E) 2

12 Escribimos todos los enteros de 1 a 10 poniendo primero los pares y luego los impares de la siguiente manera: 2 4 6 8 10 9 7 5 3 1. Si escribiéramos de esta forma todos los enteros desde 1 hasta 50, ¿cuál sería el número que, contado desde la izquierda, ocupase la posición número 30?

A) 20 B) 30 C) 39 D) 41 E) 43

13 En una ciudad en miniatura todos los edificios son copia de los reales a escala 1:25. Las puertas de un cierto edificio real se pueden pintar con 7,5 litros de pintura. ¿Cuántos centilitros se necesitan para pintar las puertas en miniatura?

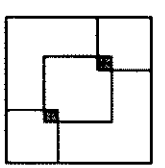
A) 1 B) 1,2 C) 1,4 D) 1,5 E) 1,6

14 Seis caballeros del Rey Arturo están sentados en la Tabla Redonda. Los que son contiguos son rivales, pero los no contiguos son amigos. Queremos elegir dos caballeros que sean amigos. ¿Cuántas posibilidades tenemos de hacerlo?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

15 Juana cose 3 cuadrados superpuestos de colores sobre un tapete cuadrado de 90 cm de lado. Los 2 más pequeños tienen 40 cm de lado, y el tercero, más grande, tiene50 cm de lado. Las partes solapadas (en gris en la figura) son cuadrados iguales. ¿Cuánto mide el: lado de los cuadrados grises?

A) 5 B) 10 C) 20 D) 30 E) 40



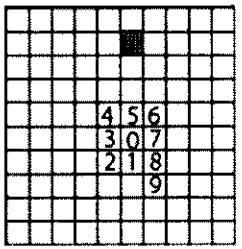
16 Los números de cuatro cifras K y L tienen las mismas cifras, en distintas posiciones. ¿Cuál es el mayor valor posible de la diferencia K – L ?

A) 8642 B) 8712 C) 8721 D) 8811 E) 8821

17 El producto de los números naturales de 1 a 11 es 399**X**6800. ¿Qué cifra es la **X** ?

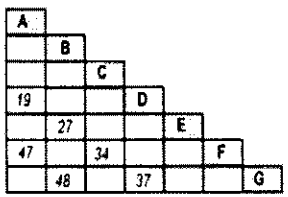
A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

18 Continuando la siguiente espiral con números consecutivos, ¿qué número estará en la casilla gris?



A) 39 B) 65 C) 66 D) 67 E) 68

19 Hay siete ciudades en la carretera, A, B, C, D, E, F y G, en ese orden. Julia tiene una tabla con las distancias en km entre cada par de esas ciudades, pero la mayor parte de las distancias se ha borrado; sólo se pueden ver 6 de ellas. (Por ejemplo de B a E hay 27 km y de B a G, 48). ¿Cuál es la distancia entre B y F?



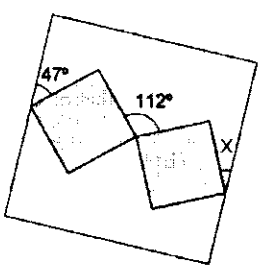
A) 53 B) 56 C) 45 D) 39
E) Es imposible averiguarlo con esos datos

20 Lali ha inventado un sistema de codificación en el que 6 corresponde a 15, 9 corresponde a 27, 11 corresponde a 38 y 14 corresponde a 59. Según esto, ¿qué número, escrito en el sistema binario corresponde a 89?

A) 10001 B) 1101 C) 1001 D) 1010 E) 101010

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 En el interior de un rectángulo están situados dos cuadrados que tienen un vértice común, y cada cuadrado tiene otro vértice en los lados del rectángulo, como se muestra en la figura. Se pueden ver las medidas de dos ángulos, uno de 47° y otro de 112°. ¿Cuánto mide el ángulo marcado con X?

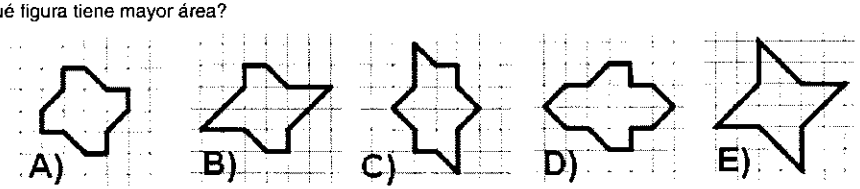


A) 18° B) 21° C) 24° D) 28° E) 47°

22 Ana y María tienen que resolver una lista de 9 problemas fáciles y 9 difíciles. Pueden trabajar en paralelo, es decir, una de ellas puede resolver un problema y la otra otro distinto y si es necesario, una de ellas puede descansar un poco. Los tiempos que tarda cada una en resolver cada tipo de problema son diferentes: Ana resuelve un problema fácil en 2 minutos y uno difícil en 8, mientras que María tarda, respectivamente 4 y 6 minutos. ¿Cuál es el mínimo tiempo en que puede ser resuelta la lista entera de 18 problemas en colaboración?

A) 54 min B) 40 min C) 36 min D) 46 min E) 60 min

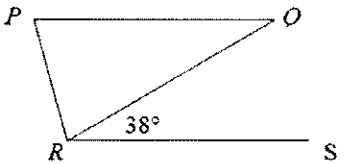
23 ¿Qué figura tiene mayor área?



24 Dos depósitos de agua, A y B, tienen forma cilíndrica. El radio de la base de B es el doble del radio de A. El nivel del agua en A es 70 cm más alto que en B. Si se trasvasa agua de A a B, de modo que el nivel se iguale en ambos depósitos, el nivel en A ha disminuido en

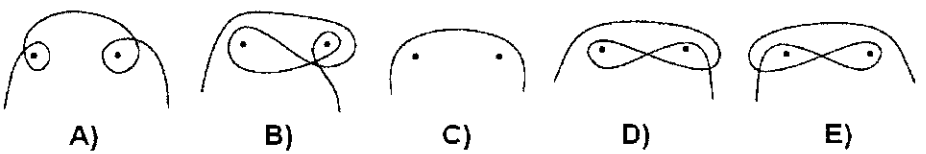
A) 23 cm B) 44 cm C) 56 cm D) 62 cm E) 67cm

25 El triángulo PQR es isósceles, con PQ = QR. Las rectas PQ y RS son paralelas. Si el ángulo QRS mide 38°, ¿cuánto mide el ángulo PRS?

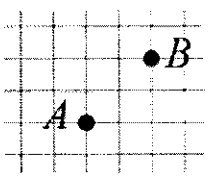


A) 52° B) 76° C) 104° D) 109° E) 142°

26 Pedro es muy habilidoso. Ha colgado un cuadro con dos clavos y una cuerda y le dice a su abuela: "El cuadro está bien seguro. Aunque se soltase uno de los clavos, el cuadro no se caería al suelo". ¿Cuál de los siguientes modelos NO ha salido de las manos de Pedro?



27 Las casillas de la figura son 1x1.¿Cuántas líneas quebradas de longitud 5, partiendo de un vértice y yendo por los bordes de las casillas de la cuadrícula, pasan por A y por B?

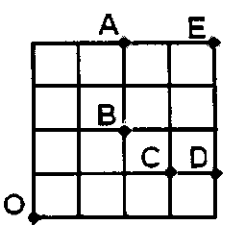


A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

28 Tienes un cofre de seguridad con tres cerraduras. En cada una de ellas se puede poner uno de los siguientes números clave: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Para abrir el cofre, además de poner los números correctos en cada cerradura, hace falta que su producto valga 8. ¿Cuántas posibilidades hay para que eso suceda?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 10

29 Inicialmente una partícula está en el punto O de la cuadrícula 4x4 de la figura. En cada movimiento recorre un lado de los cuadrados unidad. Después del movimiento 2011 la partícula está en uno de los puntos A, B, C, D, ó E de la figura, ¿en cuál?



A) A B) B C) C D) D E) E

30 Sea N el menor entero positivo con las siguientes propiedades: N es divisible por 99, y la suma de las cifras de N es impar. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdad?

A) N tiene 3 cifras B) N tiene 4 cifras C) N tiene 5 cifras
D) N tiene 6 cifras E) N tiene 7 cifras

XVIII CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2011

Nivel 3 (3º de E.S.O.)

Día 17 de marzo de 2011. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

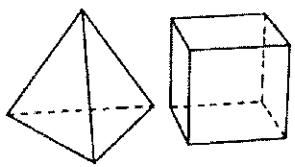
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

A) 2011^1 B) 1^{2011} C) 1 x 2011 D) 1 + 2011 E) 1 / 2011

2 Elsa tiene 3 tetraedros y 5 cubos.

¿Cuántas caras tiene en total?

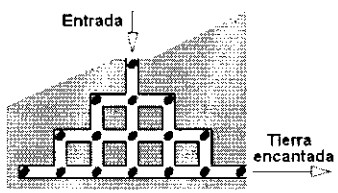


A) 42 B) 48 C) 50 D) 52 E) 56

3 Un paso cebra tiene bandas blancas y negras alternadas, todas ellas de la misma anchura, 50 cm. El paso empieza y termina con una banda blanca. Hay 8 bandas blancas. ¿Cuál es la anchura total del paso cebra?

A) 7 m B) 7,5 m C) 8 m D) 8,5 m E) 9 m

4 El hámster Matías quiere ir a la Tierra Encantada atravesando varios túneles, en los que hay 16 semillas de calabaza distribuidas como se indica en la figura.
¿Cuál es el mayor número de semillas que se puede llevar consigo, si no se le permite pasar por cada cruce más que una vez?



A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

5 Mi reloj digital acaba de cambiar la hora y muestra 20:11. ¿Cuántos minutos después mostrará otra hora en la que aparezcan las cifras 0, 1, 1, 2 en algún orden?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

6 Una calculadora tiene el chip enloquecido y divide en vez de multiplicar, y resta en vez de sumar. Si se teclea en ella (12 x 3) + (4 x 2), ¿qué aparece en la pantalla?

A) 2 B) 6 C) 12 D) 28 E) 38

7 En mi calle hay 17 casas. En el lado "par", las casas se numeran 2, 4, 6, etc; y en el "impar", 1, 3, 5, etc. Yo vivo en la última casa del lado "par", que lleva el número 12. Mi primo vive en la última casa del lado "impar". ¿Cuál es el número de su casa?

A) 5 B) 7 C) 13 D) 17 E) 21

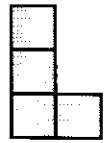
8 El gato Félix pesca 12 peces en tres días. Cada día pesca más peces que en el inmediatamente anterior. El tercer día pesca menos peces que los que ha cogido los dos primeros días juntos. ¿Cuántos pescó el tercer día?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9 Se forma una lista con todos los números de 3 cifras tales que la suma de sus cifras sea 8. ¿Cuánto vale la suma del mayor y el menor número de esta lista?

A) 707 B) 907 C) 916 D) 1000 E) 1001

10 La figura muestra una pieza en forma de L compuesta por 4 cuadrados. Se quiere añadir un cuadradito a la pieza de manera que la figura resultante tenga un eje de simetría. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer esto?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

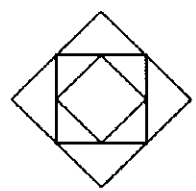
11 ¿Cuál es el valor de (2011x 2,011)/(201,1 x 20,11)?

A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

12 Tenemos 9 perlas, de pesos 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g y 9 g. Se hacen minipulseras de 2 perlas cada una. El peso total de las perlas en las 4 pulseras es 17 g, 13 g, 7 g y 5 g, respectiva-mente.¿Cuánto pesa la perla que no se ha usado?

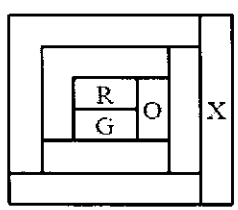
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13 La figura muestra tres cuadrados. El cuadrado intermedio está formado uniendo los puntos medios de los lados del más grande, y de la misma forma se dibuja el más pequeño. El área del cuadrado menor es 6 cm^2. ¿Cuál es la diferencia entre las áreas del mayor y el intermedio?



A) 6 cm^2 B) 9 cm^2 C) 12 cm^2 D) 15 cm^2 E) 18 cm^2

14 Cada región de la figura se colorea con uno de estos cuatro colores: Rojo (R) , Verde (G) , Naranja (O) y Amarillo (Y). La figura muestra solamente tres regiones coloreadas, y dos regiones que tengan alguna frontera común tiene colores diferentes.
El color de la región X es:



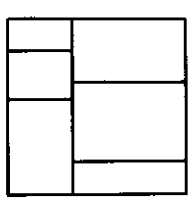
A) Rojo B) Naranja C) Verde
D) Amarillo E) Imposible saberlo

15 El Atlético Escalerillas, en tres partidos, marcó tres goles y encajó uno. Ganó uno de los partidos, empató otro y perdió el tercero. ¿Cuál fue el resultado del partido que ganó?

A) 2–0 B) 3–0 C) 1–0 D) 4–1 E) 0–1

16 Un cuadrado se corta en seis trozos rectangulares, como se ve en la figura.

Cuando se suman los perímetros de las seis piezas el resultado es 120 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?



A) 48 cm^2 B) 64 cm^2 C) 110,25 cm^2
D) 144 cm^2 E) 256 cm^2

17 Tenemos la siguiente lista de números: 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12, 16. ¿Qué dos números se pueden eliminar de la lista sin que cambie la media aritmética?

A) 12 y 17 B) 5 y 17 C) 9 y 16 D) 10 y 12 E) 10 y 14

18 Lali dibuja un segmento DE de longitud 2 cm en una hoja de papel. ¿Cuántos puntos diferentes F puede dibujar en el papel de modo que el triángulo DEF sea rectángulo y su área valga 1 cm^2?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

19 El número positivo x es menor que 1, e y es mayor que 1. ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

A) xy B) x + y C) $\frac{x}{y}$ D) y E) la respuesta depende de los valores de x e y

20 La figura 1 muestra el desarrollo de un cubo:
Se traza una línea oscura como se indica en la figura 2, dividiendo la superficie del cubo en dos partes iguales
Se desdobla el cubo, y el resultado es UNO de los siguientes diagramas. ¿Cuál?

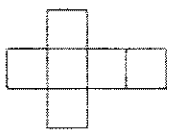


figura 1

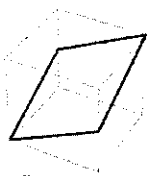
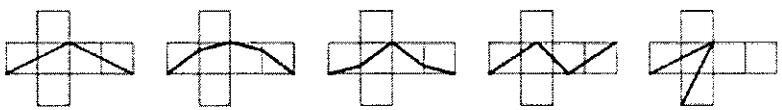


figura 2



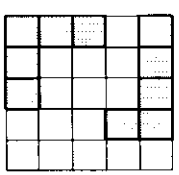
A) B) C) D) E)

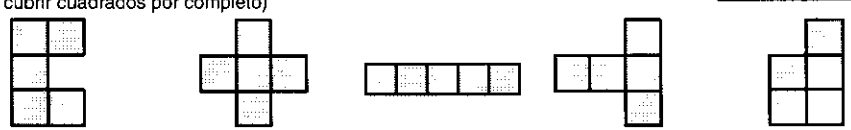
Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 El número de cinco cifras "24X8Y" es divisible por 4, por 5 y por 9.¿Cuánto vale la suma de las cifras X + Y?

A) 13 B) 10 C) 9 D) 5 E) 4

22 Lina ha colocado dos piezas grises en el tablero 5x5, como se muestra en la figura.
¿Cuál de las cinco piezas siguientes se ha de colocar en la parte vacía del tablero de modo que ninguna de las cuatro restantes pueda colocarse en el espacio vacío que quede? (las piezas se pueden girar o voltear, pero deben cubrir cuadrados por completo)



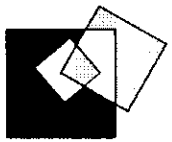


A) B) C) D) E)

23 Los tres cuervos Isaac, Max y Oscar tienen, cada uno, su propio nido. Isaac dice: "Estoy más de dos veces más lejos de Max que de Óscar". Max dice: "Estoy más de dos veces más lejos de Oscar que de Isaac". Oscar dice: "Estoy más de dos veces más lejos de Max que de Isaac". Al menos dos de ellos dicen la verdad. ¿Quién miente?

A) Isaac B) Max C) Óscar D) Ninguno de los tres E) Imposible saberlo

24 La figura muestra un cuadrado de lado 3 cm dentro de un cuadrado de lado 7 cm, y un tercero, de lado 5 cm, que interseca los dos primeros. Cuál es la diferencia entre el área de la parte negra y el área de la parte gris?



A) 0 cm^2 B) 10 cm^2 C) 11 cm^2 D) 15 cm^2 E) Imposible saberlo

25 Matías lanza dardos a una diana, y obtiene (varias veces) 5, 8 y 10 puntos, y ninguna otra puntuación. El número de veces que obtiene 8 puntos es el mismo que el que obtiene 10. Consigue 99 puntos en total, y el 25% de sus lanzamientos fueron fuera de la diana. ¿Cuántos lanzamientos hizo?

A) 10 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

26 En un cuadrilátero convexo ABCD, con AB = AC, se conocen los siguientes ángulos: BAD = 80°; ABC = 75° ; ADC = 65°. ¿Cuánto mide el ángulo BDC?

A) 10° B) 15° C) 20° D) 30° E) 45°

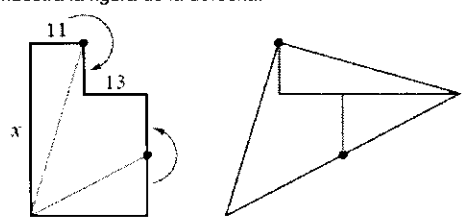
27 Hace 7 años, la edad de A era múltiplo de 8, y dentro de ocho años, su edad será múltiplo de 7. Hace 8 años, la edad de B era múltiplo de 7, y dentro de 7 años su edad será múltiplo de 8. Ninguno de ellos es centenario. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es cierta:

A) B es dos años mayor que A **B)** B es un año mayor que A **C)** A y B tienen la misma edad
D) B es un año más joven que A **E)** B es dos años más joven que A

28 En la expresión $\frac{K \times A \times N \times G \times A \times R \times O \times O}{G \times A \times M \times E}$ (letras distintas representan cifras distintas no nulas, y letras iguales, cifras iguales) . ¿Cuál es el menor valor entero positivo de esa expresión?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

29 La figura de la izquierda muestra una pieza formada por dos rectángulos. Se han marcado las longitudes de dos de los lados, 11 y 13. La pieza se corta en tres partes que se colocan formando un triángulo, como muestra la figura de la derecha.



¿Cuánto vale x?

A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

30 Una cuerda de un círculo de área 1 divide en dos partes iguales al radio que es perpendicular a la cuerda. La cuerda divide al círculo en dos partes, de la que la más pequeña tiene área *S*.
¿Cuál de las siguientes desigualdades es cierta?

A) $S < \frac{1}{6}$ B) $S = \frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6} < S < \frac{1}{4}$ D) $S = \frac{1}{4}$ E) $S > \frac{1}{4}$

XVIII CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2011

Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 17 de marzo de 2011. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

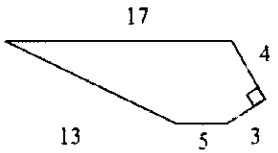
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 ¿Cuál es el menor divisor de 2011, distinto de 1?

A) 3 B) 7 C) 11 D) 701 E) 2011

2 Observando el polígono de la figura ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?



A) Es un pentágono B) Tiene un ángulo agudo
C) Dos lados son perpendiculares
D) Tiene dos lados de la misma longitud E) el perímetro es 42

3 En una retícula, se dibuja un cuadrado ABCD de dimensión 10x10. Los vértices son puntos reticulares. Después se traza otro cuadrado EFGH, cuyos vértices están en los lados de ABCD, y de modo que sus vértices son también puntos reticulares. ¿Cuántos cuadrados EFGH de diferentes tamaños se pueden trazar así?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

4 Desde un punto P, interior a un triángulo equilátero, las distancias a sus tres vértices son:
PA = $\sqrt{3}$ cm, PB = $\sqrt{13}$ cm y PC = $\sqrt{13}$ cm La longitud del lado del triángulo es

A) 5 cm B) 6 cm C) 7 cm D) 8 cm E) 9 cm

5 En un examen, la puntuación media de 6 estudiantes es 68. Después de calificar el examen de un séptimo estudiante, ese promedio sube a 72. ¿Cuál fue la puntuación obtenida por el séptimo estudiante?

A) 72 B) 76 C) 88 D) 96 E) 100

6 En una plaza hay 100 personas. 50 de ellas son de Italia, 60 son hombres y 90 son vegetarianas. ¿Cuántos hombres italianos y vegetarianos hay, como mínimo, en la plaza?

A) 0 B) 1 C) 10 D) 40 E) 50

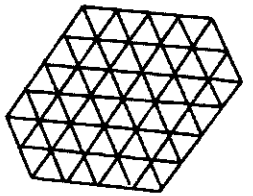
7 ¿Cuál de los siguientes números es menor?

A) los $\frac{2}{3}$ de 4 B) los $\frac{3}{4}$ de 5 C) los $\frac{4}{5}$ de 6 D) los $\frac{5}{6}$ de 7 E) los $\frac{6}{7}$ de 8

8 2011 es un año especial en el que la suma de las dos primeras cifras es igual que la suma de las dos últimas. ¿Cuántos años, desde el año 1000, han tenido esta propiedad?

A) 35 B) 49 C) 64 D) 81 E) 100

9 Uniendo vértices del retículo de la figura, ¿qué polígono, de los 5 propuestos, no se puede obtener?



A) Triángulo isósceles B) rectángulo C) rombo
D) hexágono E) cuadrado

10 ¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a $255^2 - 1$?

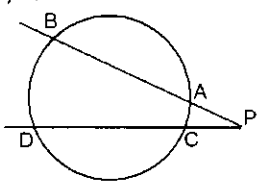
A) 2^1 B) 2^8 C) 2^9 D) 2^{127} E) 2^{254}

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Matías, el buscador de oro, sabe por su experiencia, que, después de cerner 10 toneladas de grava del arroyo Dorado, consigue 30 gramos de oro. ¿Cuántas toneladas habrá que cerner si quiere obtener 12 gramos de oro?

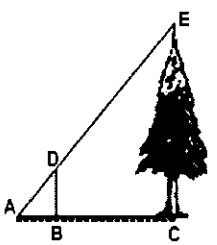
A) 2,5 B) 3 C) 4 D) 25 E) 40

12 PA · PB = 60, y $\frac{PC}{PD} = \frac{5}{48}$, ¿cuál es el valor de PC?



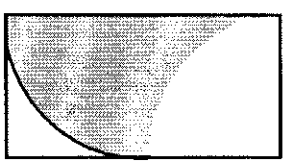
A) 5 B) 6 C) 4,5 D) 3 E) 2,5

13 Lali quiere calcular la altura del árbol de la figura. Para eso, determina el punto A donde la recta que une el vértice del poste con la copa del árbol toca el suelo. Descubre las siguientes relaciones: AB = BD ; $AD = 3 \cdot \sqrt{2}$; $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$. ¿Cuál es la altura del árbol?



A) 9 m B) $9 \cdot \sqrt{3}$ m C) $9 \cdot \sqrt{2}$ m D) $12 \cdot \sqrt{2}$ E) 12

14 La figura muestra dos cuartos de círculo de radio 1 dentro de un rectángulo que mide 2 x 1:
¿Cuánto mide el área coloreada?

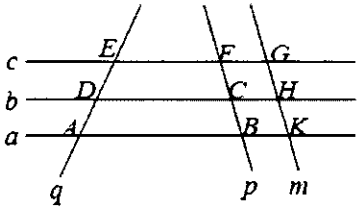


A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{\pi}{2}$

15 En cada ronda de un torneo de volleyball, los equipos compiten por parejas; el ganador pasa y el que pierde es eliminado (en el volleyball no hay empates). Si el número de equipos es impar, uno de ellos pasa directamente a la ronda siguiente. Se jugaron en total 100 partidos; ¿cuántos equipos comenzaron la competición?

A) 100 B) 101 C) 2^7 D) 2^6
E) No hay suficiente información para responder

16 Seis rectas se disponen como se indica en la figura:
$a \| b, b \| c, p \| m$
¿Cuántos trapecios se forman?



A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17 Un estudiante sabe solamente 5 de los 10 temas que entran en su examen, en el que se hacen tres preguntas, de tres temas elegidos al azar de entre los 10. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres preguntas correspondan a temas que el estudiante conoce?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ E) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

18 ¿Cuántas cifras tiene el número $10^{10} - 9^9 + 8^8 - 7^7 \pm \ldots - 1^1$?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

19 Sea DE un segmento de longitud 2. ¿Cuántos puntos distintos F del plano hay, de manera que el triángulo DEF sea rectángulo y tenga área 1?

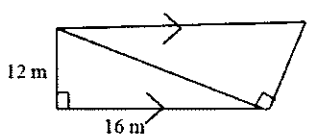
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) otra respuesta

20 ¿Cuántos de los números 11, 111, 1111, 111111 y 11111111 son primos?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Se forma un trapecio uniendo los dos triángulos rectángulos semejantes de la figura ¿Cuál es el área del trapecio?



A)120 B) 192 C) 240 D) 246 E) 296

22 Representamos por **mcd (x,y)** al máximo común divisor de x e y. ¿Cuántos pares (x,y) de números enteros positivos satisfacen la ecuación **mcd(x,y) + mcd (x+1, y + 1) = x – y**?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) infinitos

23 Matías ha calculado incorrectamente la superficie de un terreno a partir de un mapa a escala **1: n**. Él simplemente ha medido el área en el mapa y la ha multiplicado por n. Su colega calcula correctamente el área y encuentra que su resultado es un 125% mas que el de Matías. La escala del mapa es:

A) 1:1,25 B) 1:1,5 C) 1:2 D) 1:2,25 E) 1:5

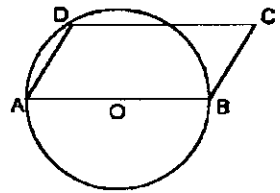
24 De las siguientes fracciones continuas, ¿cuál es la mayor? :

A) $\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+1}}}$ B) $\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+2}}}$ C) $\cfrac{3}{3+\cfrac{3}{3+\cfrac{3}{3+3}}}$ D) $\cfrac{4}{4+\cfrac{4}{4+\cfrac{4}{4+4}}}$ E) $\cfrac{5}{5+\cfrac{5}{5+\cfrac{5}{5+5}}}$

25 Sea $f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$ tal que la ecuación $f(x) = 0$ no tiene raíces reales. ¿Cuál es el máximo número posible de raíces reales de la ecuación $f(f(f(x))) + f(f(x)) + f(x) = 0$?

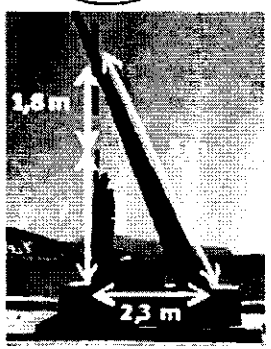
A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

26 Los ángulos agudos del paralelogramo de la figura miden 60º. El radio del círculo AO = 3 cm. ¿Cuál es el área del paralelogramo?



A) $\frac{9 \cdot \sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{9 \cdot \sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}$ E) $9 \cdot \sqrt{3}$

27 ¿Cuál es en metros, aproximadamente, la altura de Pitágoras con su mano levantada sobre el pedestal?



A) 1,5 B) 2 C) 2,6 D) 3 E) 3,3

28 Para un entero $n \geq 2$, se designa mediante $\langle n \rangle$ el mayor número primo menor o igual que n.
¿Cuántos enteros positivos k verifican la ecuación $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) más de 3

29 Dos números positivos, p y q, verifican la ecuación $p^2 - 2p + q^2 - 2q = 15 - 2pq$.
Hallar el valor de p + q:

A) 1 B) 5 C) 9 D) 13 E) 17

30 El mínimo valor de $x^2 + 2xy + 4y^2 + 2x + 8y + 7$ es:

A) 7 B) 5 C) 3 D) 2 E) otro valor

XVIII CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2011

Nivel 5 (1º de Bachillerato)

Día 17 de marzo de 2011. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

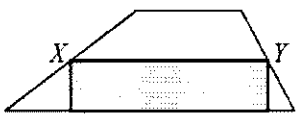
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Un paso cebra tiene bandas blancas y negras alternadas, todas ellas de la misma anchura, 50 cm. El paso empieza y termina con una banda blanca. Hay 8 bandas blancas. ¿Cuál es la anchura total del paso cebra?

A) 7 m B) 7,5 m C) 8 m D) 8,5 m E) 9 m

2 El área del rectángulo gris es 13 cm^2 y X e Y son los puntos medios de los lados correspondientes del trapecio. ¿Cuál es el área del trapecio?

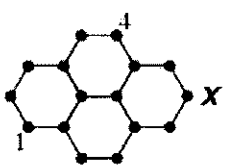


A) 24 cm^2 B) 25 cm^2 C) 26 cm^2 D) 27 cm^2 E) 28 cm^2

3 Si $P = 2\times3+3\times4+4\times5$, $Q = 2^2+3^2+4^2$ y $R = 1\times2+2\times3+3\times4$, ¿cuál de las siguientes proposiciones es correcta?

A) Q < P < R B) P < Q=R C) P < Q < R D) R < Q < P E) Q=P < R

4 Hay que escribir un número en cada uno de los puntos mostrados en la figura, de manera que la suma de los números en los extremos de cada segmento sea la misma. Como se ve, se han marcado ya dos números. ¿Qué número debe escribirse en el punto llamado **X**?



A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) no hay suficiente información

5 Cuando se divide 2011 por un cierto número, el resto es 1011. ¿Cuál de los números es el divisor?

A) 100 B) 500 C) 1000 D) otro número E) No es posible obtener ese resto

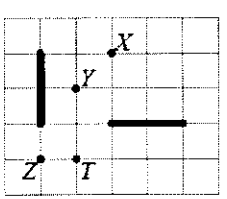
6 Un mosaico rectangular de área 360 cm^2 está formado por baldosas cuadradas, todas del mismo tamaño. El mosaico tiene 24 cm de altura y en su anchura caben 5 baldosas. ¿Cuál es el área de cada baldosa?

A) 1 cm^2 B) 4 cm^2 C) 9 cm^2 D) 16 cm^2 E) 25 cm^2

7 Los números de 4 cifras cuyos dígitos suman 4 se colocan en una lista en orden decreciente. ¿Qué lugar ocupa el número 2011?

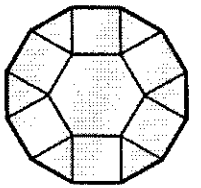
A) Sexto B) séptimo C) octavo D) noveno E) décimo

8 Cada uno de los segmentos marcados con trazo grueso es la imagen del otro en un cierto giro. ¿Cuál de los puntos marcados es el centro de ese giro?



A) Solamente X B) Solamente X y Z C) Solamente X y T D) Solamente T E) los cuatro puntos, X, Y, Z y T

9 La figura muestra una pieza formada por un hexágono regular de lado 1, seis triángulos y seis cuadrados:¿Cuánto mide el perímetro (en trazo grueso) de la pieza?



A) $6\cdot(1+\sqrt{2})$ B) $6\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) 12 D) $6+3\cdot\sqrt{2}$ E) 9

10 Tres dados se colocan uno encima de otro de manera que la suma de los puntos en las caras superpuestas es 5. Una de las caras visibles en el dado que está en contacto con la mesa tiene 1 punto. ¿Cuántos puntos tiene la cara superior del último dado?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 En un determinado mes (M) hubo 5 lunes, 5 martes y 5 miércoles. En el mes anterior hubo solamente 4 domingos. En el mes siguiente a M habrá, con certeza,

A) Exactamente 4 viernes B) exactamente 4 sábados C) 5 domingos D) 5 miércoles E) esa situación es imposible

12 Tres pilotos toman parte en una carrera: Michael, Fernando y Sebastián. Inmediatamente después de la salida, Michael era primero, Fernando segundo y Sebastián tercero. Durante la carrera, Michael y Fernando intercambiaron sus puestos 9 veces, Fernando y Sebastián 10 veces, y Michael y Sebastián 11 veces. ¿En qué orden terminaron la carrera?

A) Michael, Fernando, Sebastián B) Fernando, Sebastián, Michael C) Sebastián, Michael, Fernando D) Sebastián, Fernando, Michael E) Fernando, Michael, Sebastián

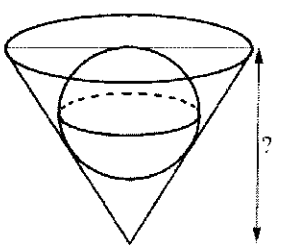
13 Sabiendo que $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$, ¿cuánto vale n?

A) 1005 B) 1006 C) 2010 D) 2011 E) ninguno de los anteriores

14 Matías tiene dos cubos, cuyas longitudes de sus lados son **x** dm y **x + 1** dm, respectivamente. El cubo grande está lleno de agua y el pequeño vacío. Matías llena el cubo pequeño echando agua del grande en él, dejando 217 litros en el cubo grande. ¿Cuántos litros de agua echó en el pequeño?

A) 243 B) 512 C) 125 D) 1331 E) 729

15 Una esfera de radio 15 se mete en un cono, cuya generatriz es igual al diámetro de la base, como se muestra en la figura. . ¿Cuál es la altura del cono?

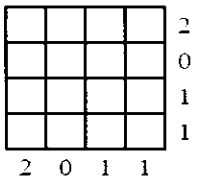


A) 45 B) $45\cdot\sqrt{2}-45$ C) $45\cdot\sqrt{2}$ D) $45\cdot\sqrt{3}$ E) 50

16 ¿Cuántos números hay en la lista más larga posible de números consecutivos de tres cifras, cada uno de los cuales tiene al menos una cifra impar?

A) 1 B) 10 C) 110 D) 111 E) 221

17 Cada casilla de la tabla 4x4 mostrada se colorea de rojo o de negro. Los números que se muestran indican el número de casillas negras de la fila o columna correspondiente.
¿De cuántas maneras se puede conseguir esta situación?



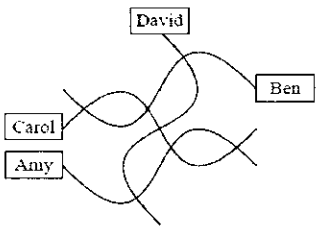
A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

18 Se escriben enteros en cada casilla de la tabla 3x3 de la figura, de manera que la suma de números en cada cuadrado 2x2 es 10. Ya se han escrito 5 números.
¿Cuánto vale la suma de los cuatro números que faltan?

1		0
	2	
4		3

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

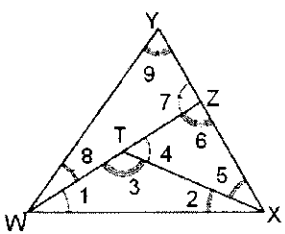
19 Durante una excursión en barco, bastante movida, Lali intenta dibujar un mapa de su pueblo. Consigue, con muchas fatigas, dibujar las cuatro calles, sus 7 intersecciones, y las casas de sus amigos. Sin embargo, la calle de la Flecha, la del Escudo y la del Pavo son perfectamente rectas. La cuarta calle es la calle de las Curvas. ¿Quién vive en esta última calle?



A) Amy B) Ben C) Carol D) David

E) para poderlo decir, haría falta un mapa mejor dibujado

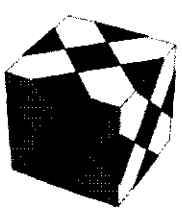
20 En el triángulo WXY, se elige un punto Z en el segmento XY, y luego un punto T en el segmento WZ, como se indica en la figura. Se forman así 9 ángulos denotados en la figura por los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. ¿Cuál es el menor número posible de valores diferentes que pueden tomar los nueve ángulos dibujados en la figura?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Matías tiene un cubo blanco con aristas de longitud 1 dm. Pinta en él varios cuadrados iguales negros, de manera que las caras del cubo se ven iguales? ¿Cuánto vale el área pintada de negro?



A) 37,5 cm^2 B) 150 cm^2 C) 225 cm^2 D) 300 cm^2 E) 375 cm^2

22 Un número es *majo* si tiene 5 cifras distintas y la primera (por la izquierda) es igual a la suma de las otras cuatro. ¿Cuántos números *majos* hay?

A) 72 B) 144 C) 168 D) 216 E) 288

23 Los números x e y son mayores que 1. ¿Cuál de las siguientes fracciones tiene mayor valor?

A) $\frac{x}{y+1}$ B) $\frac{x}{y-1}$ C) $\frac{2x}{2y+1}$ D) $\frac{2x}{2y-1}$ E) $\frac{3x}{3y+1}$

24 Un tetraedro regular WXYZ tiene su cara WXY en el plano **π**. La arista XY está sobre la recta **r**. Otro tetraedro regular, XYZT, comparte una cara con WXYZ. ¿Dónde corta la recta ZT al plano **π**?

A) al mismo lado de **r** que W, dentro de la cara WXY B) al mismo lado de **r** que W, fuera de la cara WXY
C) en el lado opuesto de **r** que W D) ZT es paralelo a **π**, así que no se cortan
E) la respuesta depende de las longitudes de las aristas de los dos tetraedros

25 Matías está en su ordenador, tomando parte en un juego cuya posición inicial se muestra en la figura 1. En cada movimiento, un cuadrado gira 90° alrededor de uno cualquiera de sus vértices. (Ver dos ejemplos de la figura 2).
El objetivo del juego es colocar los tres cuadrados juntos en la parte inferior de la pantalla. ¿Cuál de las siguientes disposiciones de cuadrados puede conseguir Matías?

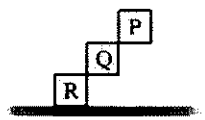


figura 1

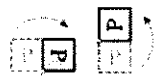
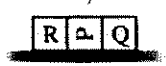
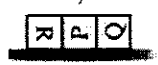
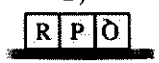


figura 2

A)

B) 

C) 

D) 

E) todas las posiciones anteriores A, B, C y D

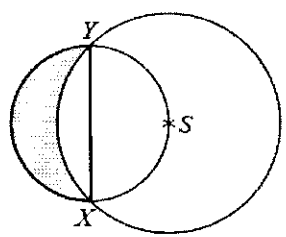
26 ¿Cuántos pares ordenados (x, y) de números naturales verifican la ecuación $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

27 Dado un entero n, mayor o igual que 2, designamos $\langle n \rangle$ al mayor número primo que no es mayor que n.
¿Cuántos enteros positivos k verifican la ecuación $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) más de 3

28 Se dibujan dos circunferencias como se indica en la figura. XY es un diámetro del círculo pequeño y el centro S del grande está sobre la circunferencia pequeña. El radio de la circunferencia grande es **r**. ¿Cuánto vale el área de la región sombreada?



A) $\frac{\pi}{6}r^2$ B) $\frac{\sqrt{3}\,\pi}{12}r^2$ C) $\frac{1}{2}r^2$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$
E) otra respuesta

29 ¿Cuántos conjuntos de cuatro aristas de un cubo tienen la propiedad siguiente:
ningún par de aristas del conjunto tienen un vértice común?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

30 ¿Para qué valores de n entero, $0 < n < 9$, es posible marcar algunas casillas en una tabla 5x5 de manera que cada cuadrado 3x3 en ella contenga exactamente n casillas marcadas?

A) 1 B) 1 y 2 C) 1, 2 y 3 D) 1, 2, 7 y 8 E) todos los valores de 1 a 8

XVIII CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2011

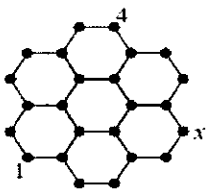
Nivel 6 (2º de Bachillerato)

Día 17 de marzo de 2011. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Hay que escribir un número en cada uno de los puntos mostrados en la figura, de manera que la suma de los números en los extremos de cada segmento sea la misma? Como se ve, se han marcado ya dos números. ¿Qué número debe escribirse en el punto llamado x?



A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) no hay suficiente información

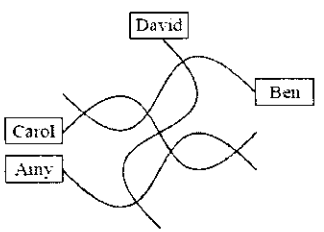
2 Tres pilotos toman parte en una carrera: Michael, Fernando y Sebastián. Inmediatamente después de la salida, Michael era primero, Fernando segundo y Sebastián tercero. Durante la carrera, Michael y Fernando intercambiaron sus puestos 9 veces, Fernando y Sebastián 10 veces, y Michael y Sebastián 11 veces. ¿En qué orden terminaron la carrera?

A) Michael, Fernando, Sebastián B) Fernando, Sebastián, Michael C) Sebastián, Michael, Fernando D) Sebastián, Fernando, Michael E) Fernando, Michael, Sebastián

3 Si $2^x = 15$, y $15^y = 32$, ¿cuál es el valor de xy?

A) 5 B) $\log_2 15 + \log_{15} 32$ C) $\log_2 47$ D) 7 E) $47^{1/2}$

4 Durante una excursión en barco, bastante movida, Lali intenta dibujar un mapa de su pueblo. Consigue, con muchas fatigas, dibujar las cuatro calles, sus 7 intersecciones, y las casas de sus amigos. Sin embargo, la calle de la Flecha, la del Escudo y la del Pavo son perfectamente rectas. La cuarta calle es la calle de las Curvas. ¿Quién vive en esta última calle?



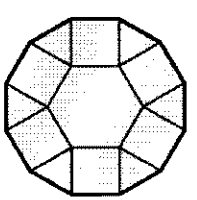
A) Amy B) Ben C) Carol D) David

E) para poderlo decir, haría falta un mapa mejor dibujado

5 Los números de 4 cifras cuyos dígitos suman 4 se colocan en una lista en orden decreciente. ¿Qué lugar ocupa el número 2011?

A) Sexto B) séptimo C) octavo D) noveno E) décimo

6 La figura muestra una pieza formada por un hexágono regular de lado 1, seis triángulos y seis cuadrados: ¿Cuánto mide el perímetro (en trazo grueso) de la pieza?

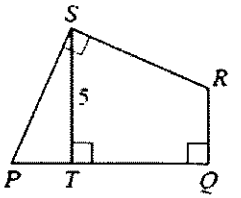


A) $6\cdot(1+\sqrt{2})$ B) $6\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) 12 D) $6+3\cdot\sqrt{2}$ E) 9

7 Lali escribe en el encerado todos los números desde 1 a 2011 y Matías borra todos los múltiplos de 3. ¿Cuántos números quedan sin borrar?

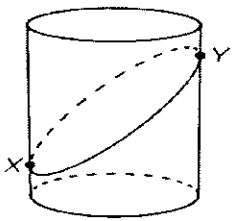
A) 335 B) 671 C) 1341 D) 1342 E) 1431

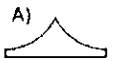
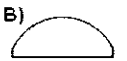
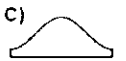
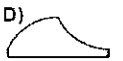
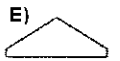
8 En el cuadrilátero SPQR de la figura, PS = SR, el ángulo PSR es igual al PQR y ambos miden 90º, ST es perpendicular a PQ y ST = 5. El área de SPQR es



A) 20 B) 22,5 C) 25 D) 27,5 E) 30

9 Una hoja rectangular de papel se enrolla sobre un cilindro y un plano corta al papel y al cilindro, como se ve en la figura. El plano de corte pasa por los puntos X e Y. La parte inferior del papel se desenrolla. Lo que se ve es



A)  B)  C)  D)  E) 

10 Max y Hugo lanzan unos dados para decidir quien se zambulle primero en el lago, de aguas muy frías. Si no salen seises, será Max. Si sale un solo seis, será Hugo. Y si salen dos o más seises, no se bañan en el lago. ¿Cuántos dados hay que lanzar, para que las probabilidades de meterse primero en el lago, de Max y Hugo, sean iguales?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 9 E) 17

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Se van a combinar tres rectángulos, sin agujeros ni solapamientos, para formar un rectángulo grande. Uno de los tres rectángulos mide 7x11, y otro 4x8. El tercero se elige de modo que el rectángulo combinado tenga la mayor área posible. ¿Cuáles son las dimensiones del tercer rectángulo?

A) 1 x 11 B) 3 x 4 C) 3 x 8 D) 7 x 8 E) 7 x 11

12 Se escriben enteros en las casillas de una tabla 3x3 de modo que la suma de los números en cada cuadrado 2 x 2 sea igual a 10. En la figura aparecen escritos 4 de los números. ¿Cuál de los siguientes valores puede ser la suma de los cinco números que faltan?

	2	
1		3
	4	

A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) Ninguno de los anteriores es posible

13 48 niños van a una excursión. Seis de ellos tienen exactamente un hermano en la excursión; nueve tienen exactamente dos hermanos en la excursión y cuatro tienen exactamente tres hermanos en la excursión. El resto no tienen hermanos en la excursión. ¿Cuántas familias hay en la excursión?

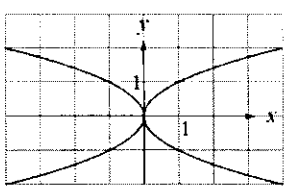
A) 19 B) 25 C) 31 D) 36 E) 48

14 De las ocho siguientes funciones

$y = x^2$, $y = -x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$,

$y = \sqrt{-x}$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = \sqrt{|x|}$, $y = -\sqrt{|x|}$

¿cuántas tienen su gráfica incluida en la figura siguiente

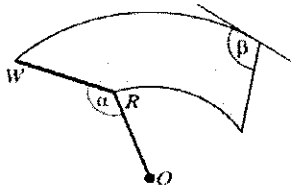


A) Ninguna B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

15 En la expresión $\frac{K\times A\times N\times G\times A\times R\times O\times O}{G\times A\times M\times E}$ (letras distintas representan cifras distintas no nulas, y letras iguales, cifras iguales) . ¿Cuál es el menor valor entero positivo de esa expresión?

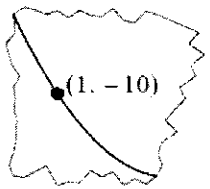
A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

16 El limpiaparabrisas trasero de un auto está construido de manera que la varilla con el cepillo RW y la varilla giratoria de sujeción OR tienen la misma longitud y forman un ángulo α fijo. El artefacto pivota alrededor del centro O y limpia el área sombreada, como se indica en la figura. Determinar el ángulo β entre el límite derecho del área limpiada y la tangente a la curva superior.



A) $\frac{3\pi-\alpha}{2}$ B) $\pi-\frac{\alpha}{2}$ C) $\frac{3\pi}{2}-\alpha$ D) $\frac{\pi}{2}+\alpha$ E) $\pi+\frac{\alpha}{2}$

17 En el plano (x,y), con los ejes de coordenadas en la forma usual, se ha marcado el punto A(1,–10) de la parábola $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$. Después, se borran los ejes de coordenadas y casi toda la parábola, quedando sólo el trozo de la figura. ¿Cuál de las siguientes proposiciones puede ser falsa?



A) a>0 B) b<0 C) a + b + c < 0 D) $b^2 > 4ac$ E) c < 0

18 Los lados PQ, QR, RS, ST, TU, y UP de un hexágono son tangentes a una circunferencia inscrita. Las longitudes de los lados PQ, QR, RS, ST y TU son 4, 5, 6, 7 y 8, respectivamente. ¿Cuánto mide el lado UP?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) No se puede calcular a partir de esos datos

19 Hallar la suma de todos los enteros positivos x menores que 100 para los que $x^2 - 81$ es múltiplo de 100.

A) 200 B) 100 C) 90 D) 81 E) 50

20 Dos hermanos varones dan respuestas verdaderas a una pregunta sobre cuántos miembros tiene su club de ajedrez. A dice: "todos los miembros del club, excepto 5 chicas, son chicos". B dice: " En todo grupo de seis miembros del club hay por lo menos 4 chicas". ¿Cuántos miembros hay en el club?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 81

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 En una bolsa se tienen varias bolas. En cada bola hay escrito un entero positivo (todos los enteros que se han escrito son distintos). En 30 bolas los números son divisibles por 6; en 20, son divisibles por 7; y sólo en 10 son divisibles por 42. ¿Cuál es el menor número posible de bolas en la bolsa?

A) 30 B) 40 C) 53 D) 54 E) 60

22 Se consideran las dos progresiones aritméticas 5, 20, 35,... y 35, 61, 87, ...
¿Cuántas progresiones aritméticas diferentes de enteros positivos hay de manera que esas dos sean subsucesiones suyas?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 26 E) infinitas

23 La sucesión de funciones numéricas $f_1(x)$, $f_2(x)$,... satisface las dos condiciones siguientes:

i) $f_1(x) = x$ y ii) $f_{n+1}(x) = \frac{1}{1-f_n(x)}$

¿Cuál es el valor de $f_{2011}(2011)$?

A) 2011 B) $\frac{-1}{2010}$ C) $\frac{2010}{2011}$ D) 1 E) – 2011

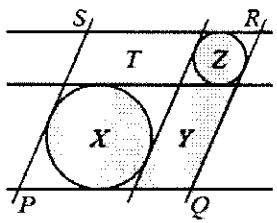
24 Una caja contiene bolas rojas y verdes. Si elegimos al azar dos bolas de la caja, la probabilidad de que sean del mismo color es $\frac{1}{2}$. ¿Cuál de los siguientes números puede ser el número total de bolas de la caja?

A) 81 B) 101 C) 1000 D) 2011 E) 10001

25 Una compañía aérea no cobra por el equipaje si su peso es inferior a un cierto valor (en kg). Por cada kg extra se cobra una tarifa. El equipaje del matrimonio A pesa 60 kg y pagan 3 euros. El equipaje del Sr. B pesa lo mismo, pero él paga 10.50 euros. ¿Cuál es el peso máximo del equipaje que un pasajero puede llevar sin pagar?

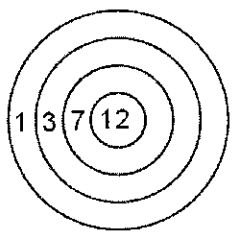
A) 10 kg B) 18 kg C) 20 kg D) 25 kg E) 39 kg

26 La figura muestra tres rectas horizontales paralelas y tres inclinadas, paralelas también Cada círculo es tangente a cuatro de las rectas. Las áreas de las figuras sombreadas son X, Y, Z, como se indica, y W es el área del paralelogramo PQRS. ¿Cuál es el menor número de áreas, de entre X, Y, Z, y W, que hay que conocer para poder calcular el área T del paralelogramo indicado?



A)1 B) 2 C) 3 D) 4
E) T no se puede calcular con esos 4 datos

27 Robin Hood lanza tres flechas al blanco, obteniendo los puntos que se indican en la figura si se clavan en las zonas indicadas: Las tres flechas alcanzan el blanco. ¿Cuántas puntuaciones diferentes puede obtener Robin de esta forma?



A) 13 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21

28 Sean *a, b, c* enteros positivos tales que $a^2 = 2b^3 = 3c^5$. ¿cuál es el menor número posible de divisores de *abc* (incluyendo 1 y *abc*)?

A) 30 B) 49 C) 60 D) 77 E) 1596

29 En una tabla 4x5 se escriben veinte enteros positivos distintos. Cualesquiera dos números que estén en casillas con un lado común tienen un divisor común mayor que 1. Si *n* es el mayor número de la tabla, hallar el menor valor que puede tomar *n*

A) 21 B) 24 C) 26 D) 27 E) 40

30 Un cubo 3 x 3 x 3 está formado por 27 cubitos iguales. Un plano es perpendicular a una diagonal del cubo y pasa por su centro. ¿A cuántos cubitos interseca?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21