XX CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2013

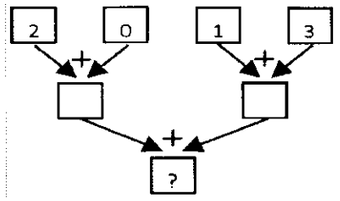
Nivel 1 (1º de E.S.O.)

Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

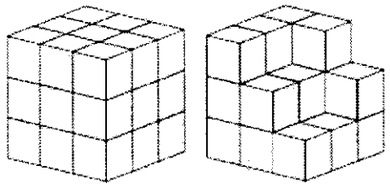
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 Introducimos los números 2, 0, 1, 3 en la máquina de sumar de la figura. ¿Cuál es el resultado que aparece en la caja marcada con el signo de interrogación?



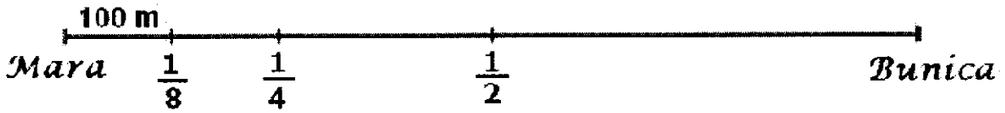
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2 Natalia quiere construir el cubo que tiene Diana (figura de la izquierda), pero no tiene suficientes cubitos y sólo puede formar lo que aparece en la figura de la derecha
¿Cuántos cubitos tendría que añadir para conseguir formar el cubo de Diana?



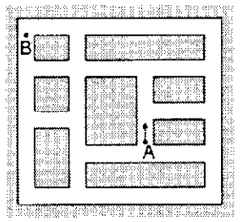
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3 Hallar la distancia que debe recorrer Mara para encontrar a su amiga Bunica



A) 300 m B) 400 m C) 800 m D) 1 km E) 700 m

4 Nicolás está aprendiendo a conducir. Sabe cómo girar a la derecha, pero no a la izquierda. ¿Cuál es el menor número de giros que debe dar para ir del punto A al punto B?



A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5 La suma de las edades de Ana, Bruno y Cris es 31 años. Dentro de 3 años, ¿cuál será la suma de sus edades?

A) 32 B) 34 C) 35 D) 37 E) 40

6 En cada cuadradito de $\square\square \cdot \square = 176$ se coloca una misma cifra ¿Cuál debe ser ésta para que la multiplicación sea correcta?

A) 6 B) 4 C) 7 D) 9 E) 8

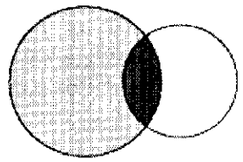
7 Miguel debe tomar una píldora cada 15 minutos. Toma la primera a las 11h y 5 min. ¿A qué hora tomará la cuarta?

A) 11h 40m B) 11h 50m C) 11h 55m D) 12h 00m E) 12h 05m

8 El número 36 tiene la propiedad de ser divisible por la cifra de las unidades, ya que 36 es divisible por 6. El número 38, en cambio, no tiene esa propiedad. ¿Cuántos números, entre 20 y 30, sí la tienen?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9 Al dibujar dos círculos, Miguel obtiene una figura que consta de tres regiones Si en lugar de dos círculos, toma dos cuadrados, ¿cuál sería el máximo número de regiones que podría obtener?



A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

10 Ana tiene muchas piezas iguales a la de la figura 1. Quiere poner tantas como pueda, en el rectángulo 4 x 5 de la figura 2, sin que se superpongan. ¿Cuál es el mayor número de piezas que puede poner?

figura 1

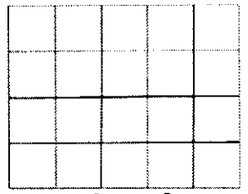
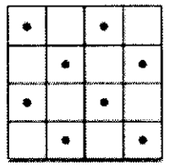


figura 2

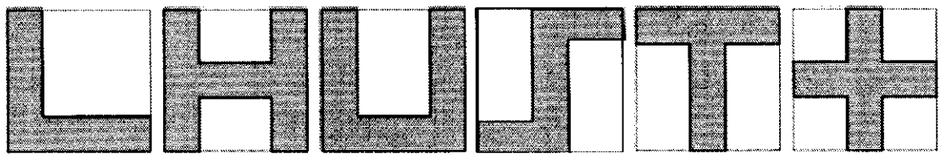
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 En la tabla de la figura hay puntos en algunas casillas. Con una de las siguientes piezas se tapa el mayor número posible de puntos de la tabla. ¿Con cuál?



12 María colorea figuras en seis hojas cuadradas de papel, como se indica en la figura siguiente

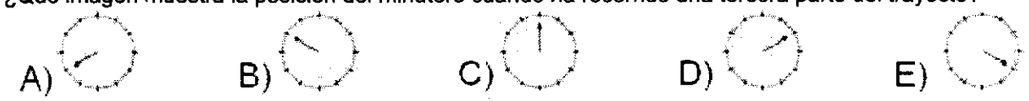


¿Cuántas de estas figuras tienen el mismo perímetro que la propia hoja cuadrada de papel?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13 Ana viaja en su bicicleta a lo largo de la tarde con velocidad constante. Mira su reloj al principio y al final de su recorrido:

¿Qué imagen muestra la posición del minutero cuando ha recorrido una tercera parte del trayecto?



14 Mateo está pescando. Si hubiera pescado el triple de peces de los que actualmente tiene, tendría 12 peces más que los que tiene. ¿Cuántos peces tiene?

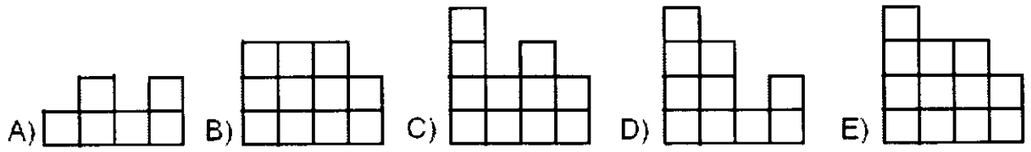
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

15 Juan ha construido varias torres de cubos sobre una base cuadrada 4 x 4. Los números indican el número de cubos de cada torre. Cuando la construcción se ve desde la parte delantera (FRONT en la figura), ¿Cómo se ve?

BACK

4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

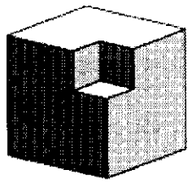
FRONT



16 En una elección, cada uno de los 5 candidatos ha obtenido un número diferente de votos. En total los candidatos recibieron 36 votos. El ganador obtuvo 12 votos, y el situado en último lugar, 4 votos. ¿Cuántos votos tuvo el segundo clasificado?

A) 8 B) 8 ó 9 C) 9 D) 9 ó 10 E) 10

17 De un cubo de madera de lado 3 cm se corta un cubito de 1 cm de lado, en una esquina, como se ve en la figura. Si se repite la operación en los demás vértices del cubo original, ¿cuántas ***caras*** tiene el poliedro así formado?



A) 16 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

18 Hallar el número de pares de números naturales de 2 cifras, tales que, la diferencia entre el primero y el segundo de cada par es igual a 50.

A) 40 B) 30 C) 50 D) 60 E) 10

19 En la final del campeonato local de futbito hubo muchos goles. Se marcaron 6 goles en la primera parte, y el equipo visitante iba ganando en el descanso. En la segunda parte, el equipo de casa marcó 3 goles y ganó el partido. ¿Cuántos goles marcó el equipo de casa en total?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20 En las casillas del tablero 4 x 4 que se muestra en la figura hay escritos números, de tal manera que los números en casillas adyacentes (las que tienen un lado común) difieren en 1. El número 3 aparece en la esquina superior izquierda. También está el número 9, pero no se sabe donde. ¿Cuántos números **distintos** hay en la tabla?

3			

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

<u>Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una</u>

21 40 chicos y 28 chicas están situados en círculo, cogidos de las manos, Exactamente 18 chicos le dan su mano derecha a una chica. ¿Cuántos chicos le dan su mano izquierda a una chica?

A) 18 B) 9 C) 28 D) 14 E) 20

22 Ana, Benito y Carlos son mentirosos empedernidos y siempre mienten. Cada uno de ellos tiene una piedra roja o una piedra verde. Ana dice: *"Mi piedra es del mismo color que la de Benito"*. Benito dice. *"Mi piedra es del mismo color que la de Carlos"*. Carlos dice:*"Exactamente dos de nosotros tiene piedras rojas"*. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) La piedra de Ana es verde B) La piedra de Benito es verde C) La piedra de Carlos es roja
D) Las piedras de Ana y de Carlos son de distinto color
E) Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdad.

23 Al concurso MISS GATA 2013 se presentan 66 gatas. En la primera eliminatoria se elimina a 21 de ellas porque no han cazado ratones. 27 de las que quedan tienen la piel a rayas, y 32 de las que quedan tienen una oreja negra. Llegan a la final todas las de rayas con una oreja negra. ¿Cuál es el mínimo número de finalistas?

A) 5 B) 7 C) 13 D) 14 E) 27

24 Como se ve en la figura de la derecha, hay 4 botones con caritas, dos de ellas alegres y dos tristes. Si apretamos el botón de una cara, su expresión cambia al estado opuesto, Además de esto, los botones adyacentes también cambian de estado

¿Cuál es el menor número de veces que hay que apretar los botones para que todas las caras sean alegres?

A)2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25 Hallar cuántos números de 3 cifras tienen la siguiente propiedad: *Si al número le restamos 297, se obtiene otro número de 3 cifras, con las mismas cifras, pero en orden inverso.*

A) 6 B) 7 C) 10 D) 60 E) 70

26 En la isla encantada hay 2013 habitantes. De ellos, los que son veraces dicen siempre la verdad; los demás siempre mienten. Cada día, uno de los habitantes dice; *"Después de que me vaya, quedará en la isla el mismo número de veraces que de mentirosos"*, y se marcha de la isla. Después de 2013 días, la isla está desierta. ¿Cuántos mentirosos había inicialmente en la isla?

A) 0 B) 1006 C) 1007 D) 2013 E) Es imposible calcularlo

27 Alicia forma cuatro cubos iguales usando el desarrollo de la figura 1. Luego los pega, juntando caras que tienen el mismo número, para formar el paralelepípedo 2x2x1que se ve en la figura 2. ¿Cuál es la mayor suma que puede obtener sumando los números que aparecen sobre la superficie total del paralelepípedo?

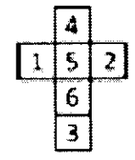


figura 1

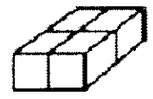


figura 2

A) 66 B) 68 C) 72 D) 74 E) 76

28 Empezando por una lista de tres números, el procedimiento llamado *cambiasuma* crea una nueva lista reemplazando cada número por la suma de los otros dos. Por ejemplo. de {3,4,6} se obtiene {10,9,7}, y una repetición del procedimiento da {16,17,19}.
Si empezamos con {20, 1, 3}, cuál es la máxima diferencia entre dos números de la lista después de 2013 *cambiasumas* consecutivos?

A)1 B) 2 C) 17 D) 19 E) 2013

29 Un cubo 2 x 2 x 2 ha de ser construido con 4 cubos unidad blancos y 4 cubos unidad negros . ¿Cuántos cubos distintos se pueden construir así? (Dos cubos no se consideran distintos si uno de ellos se puede obtener girando el otro)

A)16 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

30 Cuando Mateo y Martín encuentran las vías de su viejo tren de juguete, el primero rápidamente forma un círculo perfecto con 8 piezas iguales. Martín, por su parte, empieza otro circuito con dos de esas piezas, como se muestra en la figura. Martín quiere usar el menor número posible de piezas como esas para formar un circuito cerrado. ¿De cuántas piezas constará su circuito?

A)11 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

XX CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2013

Nivel 2 (2º de E.S.0.)

Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 En los Juegos Olímpicos de Londres 2012, los Estados Unidos ganaron 46 medallas de oro, 29 de plata y 29 de bronce. China le siguió, con 38 de oro, 27 de plata y 23 de bronce. ¿Cuántas medallas más ganó Estados Unidos que China?

A) 6 B) 14 C) 16 D) 24 E) 26

2 Daniel tiene un paquete de 36 caramelos. Los reparte todos entre sus amigos, a partes iguales. ¿Cuál de los siguientes NO fué, seguro, el número de sus amigos?

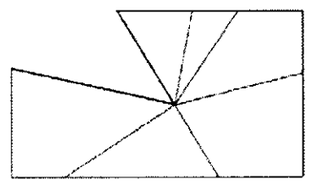
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

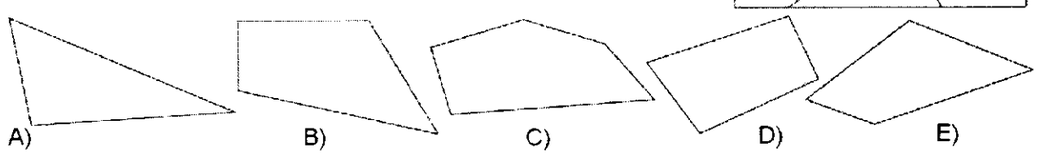
3 La madre de Verónica prepara sandwiches con dos rebanadas de pan en cada uno. Cada paquete de pan tiene 24 rebanadas.
¿Cuántos sandwiches puede preparar con dos paquetes y medio de pan?

A) 24 B) 30 C) 48 D) 34 E) 26

4 Se ha roto el espejo rectangular, como se ve en la figura:

¿Cuál de los trozos siguientes es el que le falta?





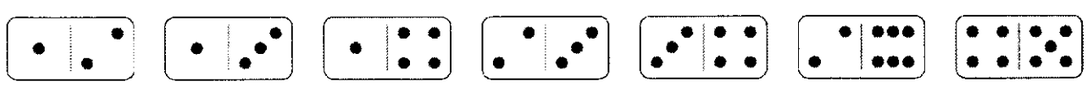
5 Cuando Pinocho dice una mentira, su nariz se hace 6 cm más larga. Cuando dice la verdad, su nariz se hace 2 cm más corta.
Cuando su nariz medía 9 cm de larga, dijo tres mentiras y dijo dos veces la verdad.,¿cuál era la longitud de la nariz de Pinocho después de eso?

A) 14 cm B) 15 cm C) 19 cm D) 23 cm E) 31 cm

6 En una tienda se pueden comprar naranjas en cajas de 5, de 9 ó de 10 naranjas. Pedro quiere comprar exactamente 48 naranjas. ¿Cuál es el menor número de cajas que ha de comprar?

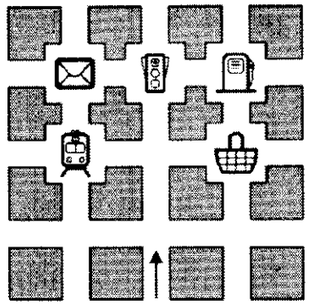
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

7 Basilio tiene 7 fichas de dominó que quiere disponer en una fila de acuerdo con la regla del juego: *dos fichas sólo se pueden pegar si las mitades que se unen tienen el mismo número de puntos.*
¿Cuál es el mayor número de fichas que puede disponer así, de las 7 que se muestran?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8 Ana empieza a caminar en la dirección de la flecha de la figura: En cada cruce de calles, gira a su derecha o a su izquierda. Primero gira hacia su derecha, luego a su izquierda, luego de nuevo a su izquierda, luego a la derecha, luego a la izquierda y por último a su izquierda. Entonces, al final,¿hacia dónde está caminando Ana?



A) B) C) D) E)

9 En Diciembre, el Gato Durmiente estuvo durmiendo exactamente 3 semanas. ¿Cuántos minutos estuvo despierto durante este mes?

A) $(31-7)\cdot 3\cdot 24\cdot 60$ B) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$ C) $(30-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$
D) $(31-7)\cdot 24\cdot 60$ E) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60\cdot 60$

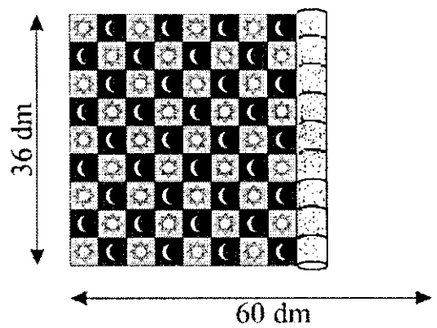
10 Cristina ha de vender 10 campanas de cristal, cuyos precios son: 1 euro, 2 euros, 3 euros, 4 euros, 5 euros, 6 euros, 7 euros, 8 euros, 9 euros, 10 euros. ¿De cuántas maneras puede repartir las campanas en tres paquetes, de manera que el precio de los tres paquetes sea el mismo?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Es imposible repartirlas de esa forma

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Pedro compra una alfombra de 36 dm de ancho por 60 dm de largo. La alfombra, de la que se ve un trozo en la figura, está decorada, con cuadrados que contienen un sol o una luna. La alfombra está enrollada y a lo largo se ven 8 cuadrados en cada fila. Cuando la alfombra esté completamente extendida, ¿cuántas lunas se verán?

A) 68 B) 67 C) 65 D) 63 E) 60

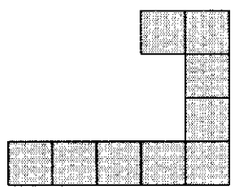


12 El Canguro Matemático escribe varios números usando únicamente las cifras 0 y 1. La suma de esos números es 2013, y es imposible obtener dicha suma con un menor número de sumandos de este tipo. ¿Cuántos números ha escrito?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 204

13 Beatriz tiene muchas piezas como la que se muestra en la figura.
Como mínimo y sin romperlas, ¿cuántas piezas como ésa necesita para formar un cuadrado gris?

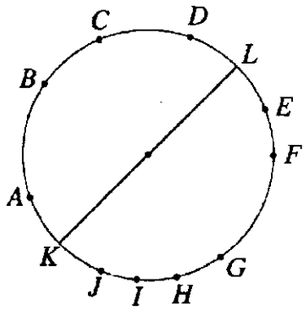
A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16



14 La suma de todas las cifras del número $10^{2013} - 2013$ es

A) 7 B) 2013 C) 9314 D) 18112 E) Otra cantidad

15



¿Cuántas cuerdas cuyos extremos son los diez puntos A, B, C, D, E, F, G, H, I , J de la circunferencia de la figura NO cortan al diámetro KL?

A) 10 B) 20 C) 21 D) 25 E) 15

16 Para construir una valla de 5 km, los pilares deben ser situados cada 50 m. Los pilares son de forma cuadrada, de 50 cm de lado. ¿Cuántos hacen falta?

A) 990 B) 45 C) 99 D) 50 E) 100

17 Hay que transportar un montón de piedras. Si Abelardo hace el trabajo él sólo, necesita 1 hora. Si Benito hace el trabajo él sólo, necesita 2 h. ¿Cuánto tiempo tardarán haciéndolo los dos juntos?

A) 30 minutos B) 40 minutos C) 1 hora D) 1h 30 min E) 3 horas

18 El abuelo daba todos los días el mismo paseo. Ahora no lo hace los Miércoles y los Domingos, pero ha ampliado su trayecto, cada uno de los demás días, en un 40%. La distancia que recorre ahora cada semana es

A) un 20% menos que antes B) un 10% menos que antes C) es la misma que antes
D) un 10% más que antes E) un 20% más que antes.

19 Un tren de 300 m de largo tarda 12 segundos en pasar por delante de un semáforo. ¿Cuál es la velocidad del tren?

A) 90 km/h B) 100 km/h C) 120 km/h D) 150 km/h E) Imposible saberlo

20 En un depósito hay 10 litros de agua con un 6% de contenido en sal . Queremos hacer botellas de 100ml de agua con un 5% de contenido en sal. Eso quiere decir que debemos diluir el líquido original añadiendo agua pura. ¿Cuántas botellas de 100 ml podemos llenar con el líquido diluido?

A) 101 B) 105 C) 110 D) 116 E) 120

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Al Canguro le gusta viajar en tren para pasar los túneles y lleva un reloj que no marca los segundos. Ayer miró la hora a la que entró en el túnel (12h30 min) y a la que salió (12h 34 min). ¿Cuánto tiempo estuvo en el túnel?

A) exactamente 4 minutos B) a lo sumo 4 minutos C) al menos 4 minutos
D) al menos tres minutos E) más de 4 minutos

22 Marcos visita a un amigo que vive a una distancia de 2 km de su casa, en línea recta. Quiere llevar a su perro con él, y quiere que el perro corra todo lo posible, así que le lanza por delante una pelota de tenis y le dice que la coja y vuelva, una y otra vez. Marcos va a una velocidad de 4 km/h, y su perro corre a 18 km/h. ¿cuál es la máxima longitud en km que puede recorrer el perro jugando de esta forma?

A) 2 km B) 4 km C) 5 km D) 8 km E) 9 km

23 La abuela y su nieta nacieron las dos el 21 de marzo. Este año, el día de su cumpleaños, el número de años de la abuela es igual al número de meses de la nieta, y la suma de ambas edades (en años) es 78. ¿Cuántos años mayor es la abuela que la nieta?

A) 56 B) 60 C) 66 D) 72 E) 76

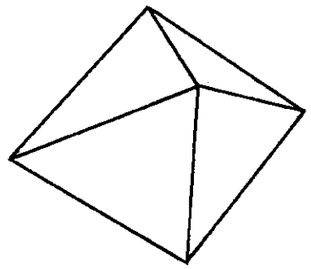
24 El perímetro de un triángulo, de lados a, b y c es igual a 90 cm. Se sabe que el lado b es un 50% más corto que a, y que el lado c es 50% más largo que b. Hallar la longitud del menor lado del triángulo.

A) 10 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) 30 cm

25 En un tablero rectangular 7x1, tenemos 3 fichas blancas en las tres casillas de la izquierda y otras tres negras en las 3 casillas de la derecha. Queremos intercambiar sus posiciones, de manera que al final queden a la derecha las fichas blancas y a la izquierda las negras. Se permiten 2 tipos de movimientos: pasar una ficha a una casilla contigua que esté vacía, o bien saltar sobre **una** ficha, si la casilla siguiente está vacía. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesario?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

26 Cuatro segmentos de longitudes 3, 5, 11 y 13 cm de largo tienen un extremo común, como se ve en la figura. Los otros extremos de cada segmento son los vértices de un cuadrilátero.
¿Cuál es la máxima área que puede tener este cuadrilátero?



A) 142 cm^2 B) 98 cm^2 C) 96 cm^2 D) 128 cm^2 E) 126 cm^2

27 Alan está disimulando números, haciendo con ellos las siguientes operaciones: dado un entero, escribe el producto de sus dos primeras cifras; luego multiplica la segunda y la tercera cifras, y así sucesivamente. Por ejemplo, empezando con 5648, lo transforma en 302432. ¿De cuántos números puede proceder 5648, si fuera el resultado de los tejemanejes de Alan?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

28 Basilio elige varios números entre 1, 2, 3, ..., 30, de manera que exactamente 4 de ellos son divisibles por 4; exactamente 3 son divisibles por 6, y exactamente 4 son divisibles por 5. ¿Cuál es el menor número de enteros de la colección de Basilio?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 11

29 En la igualdad $(a + b\cdot c)\cdot(d + e\cdot f) = 2013$ aparece una sola vez cada una de las cifras de 0 a 9. Sabiendo que $a < b < c < d$, ¿cuál es el valor de $e\cdot f$?

A) 24 B) 72 C) 30 D) 42 E) Puede tener varios valores

30 Se disponen los enteros 1, 2, 3, ..., 100 en círculo. Nos dan un premio cada vez que uno de esos números sea mayor que la suma del que tiene a su derecha y a su izquierda. ¿Cuál es el mayor número de premios que podemos ganar?

A) 99 B) 50 C) 49 D) 25 E) 1

XX CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2013

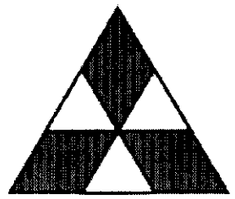
Nivel 3 (3º de E.S.O.)

Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 El triángulo grande de la figura es equilátero y su área es 9. Mediante tres rectas paralelas a los lados, que dividen a éstos en 3 partes iguales, se ha subdividido en la forma que se ve en la figura. ¿Cuánto vale el área de la parte gris?



A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2 Es sabido que $\frac{1111}{101} = 11$. ¿Cuánto vale $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

A) 5 B) 9 C) 11 D) 55 E) 99

3 La proporción entre la sal y el agua contenidas en el agua del mar de Chipre es 7 : 193. ¿Cuántos kilos de sal hay en 1000 kg de agua de mar de Chipre?

A) 35 B) 186 C) 193 D) 200 E) 350

4 Ana tiene la hoja de papel cuadrada de la **figura 1** y cortándola por las líneas, recorta tantos trozos como puede de la forma de la **figura 2**
¿Cuál es el menor número de cuadraditos que quedan en la hoja?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

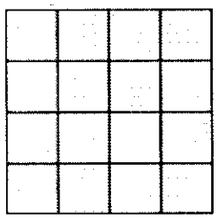


figura 1

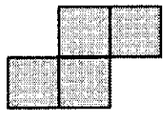


figura 2

5 El Oso Yogi quiere decirle al Canguro un número tal que el producto de sus cifras sea 24. ¿Cuánto vale la suma de las cifras del menor número que Yogi le puede decir?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6 Una bolsa no transparente contiene bolas de 5 colores distintos. Dos son rojas; tres son azules, diez son blancas, cuatro son verdes y tres son negras.. Se extraen las bolas de la bolsa a ciegas y sin reemplazamiento. ¿Cuál es el menor número de bolas que hay que sacar de la bolsa para estar seguros de que dos de ellas son del mismo color?

A) 2 B) 12 C) 10 D) 5 E) 6

7 Alex enciende una vela cada diez minutos. Cada una arde durante 40 minutos y luego se apaga. ¿Cuántas velas pueden estar encendidas 55 minutos después que Alex encendió la primera?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8 El promedio de niños en 5 familias no puede ser

A) 0,2 B) 1,2 C) 2,2 D) 2,4 E) 2,5

9 Marcos y Lisa están en extremos opuestos de una fuente circular. Empiezan a correr, en el sentido de las agujas del reloj, alrededor de la fuente. La velocidad de Marcos es 9/8 de la de Lisa. ¿Cuántas vueltas completas a la fuente ha dado Lisa cuando Marcos la alcanza por primera vez?

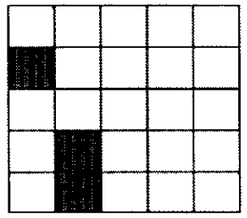
A) 4 B) 8 C) 9 D) 2 E) 72

10 Los enteros positivos a, b, c son tales que $a \times b = 14$, $b \times c = 10$ y $c \times a = 35$ (el signo x es de multiplicar). ¿Cuánto vale a + b + c?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

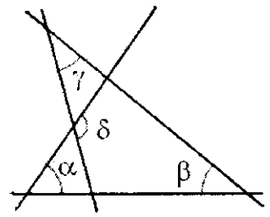
Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Carina y un amigo están jugando a los barcos en el tablero 5 x 5. Como se ve en la figura, Carina ya ha colocado dos barcos. Todavía debe colocar un tercero, de dimensiones 3x1, ocupando exactamente tres casillas y sin que ninguno de sus tres barcos tengan ningún punto común. ¿Cuántas posiciones tiene para este último barco?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12 En la figura, α = 55º, β = 40º y γ = 35º. ¿Cuántos grados mide δ?

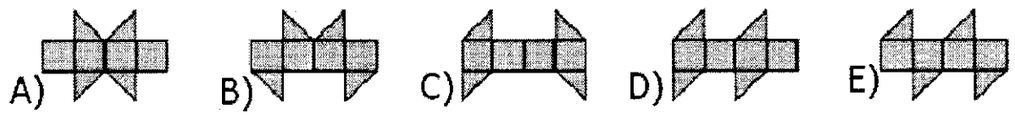


A)100º B) 105º C) 120º D) 125º E) 130º

13 El perímetro de un trapecio es 5 y las medidas de las longitudes de sus lados son números enteros. ¿Cuánto miden los dos ángulos menores del trapecio?

A) 30º y 30º B) 60º y 60º C) 45º y 45º D) 30º y 60º E) 45º y 90º

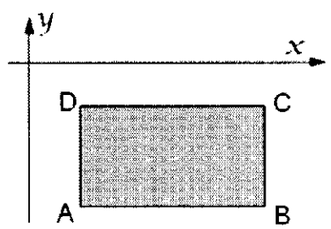
14 Uno de los siguientes desarrollos NO puede ser doblado para formar un cubo. ¿Cuál?



15 Basilio escribe varios enteros consecutivos. ¿Cuál de los siguientes NO puede ser el porcentaje de números impares entre ellos?

A) 40 B) 45 C) 48 D) 50 E) 60

16 Los lados del rectángulo ABCD son paralelos a los ejes de coordenadas, como se muestra en la figura. ABCD está en el cuarto cuadrante. Las coordenadas de los cuatro vértices, A, B, C y D son enteras. Para cada vértice, se calcula el cociente entre su ordenada y su abscisa (y:x). ¿Cuál de los cuatro vértices da el menor valor de este cociente?

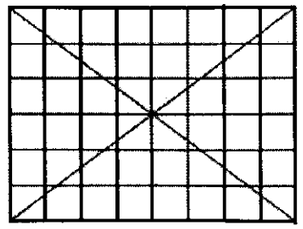


A) A B) B C) C D) D E) Depende del rectángulo.

17 Se escriben en orden creciente, en el encerado, todos los números de 4 cifras que tienen las mismas cifras que 2013. De los escritos, ¿cuál es la mayor diferencia posible entre dos números contiguos?

A) 702 B) 703 C) 693 D) 793 E) 198

18 En la cuadrícula 6x8 de la figura, 24 de las casillas han sido intersecadas por las diagonales. Si se trazasen las diagonales de una cuadrícula 6x10, ¿cuántas casillas NO serían intersecadas por ninguna diagonal?



A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

19 Andrés, Beatriz, Catalina, Daniel y Eduardo han nacido, (no respectivamente) los días, meses y años que se indican: 20/02/2001 ; 12/03/2000; 20/03/2001 ; 12/04/2000 y 23/04/2001. Andrés y Eduardo han nacido el mismo mes. Beatriz y Catalina, también el mismo mes. Andrés y Catalina, el mismo día de meses distintos. También Daniel y Eduardo han nacido el mismo día de meses distintos. ¿Cuál de los cinco es más joven?

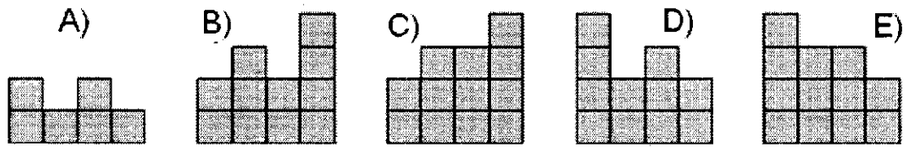
A) Andrés B) Beatriz C) Catalina D) Daniel E) Eduardo.

20 Juan ha construido varias torres de cubos sobre una base cuadrada 4 x 4. Los números indican el número de cubos de cada torre. Cuando la construcción se ve desde la parte de atrás (Back en la figura), ¿Cómo se ve?

BACK

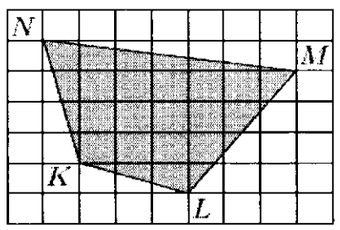
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

FRONT



Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 La figura muestra un cuadrilátero gris KLMN embutido en una cuadrícula. Los lados de cada casilla de la cuadrícula miden 2 cm.cada uno. ¿Cuánto mide el área del cuadrilátero KLMN?



A) 96 cm^2 B) 84 cm^2 C) 76 cm^2 D) 88 cm^2 E) 104 cm^2

22 Sea S el número de cuadrados perfectos entre los enteros desde 1 a 2013^6. Sea Q el número de cubos perfectos entre esos mismos enteros. Entonces:

A) S = Q B) 2S = 3Q C) 3S = 2Q D) S = 2013Q E) $S^3 = Q^2$

23 Juan elige un entero positivo de 5 cifras y borra una de ellas para obtener así un número de 4 cifras. La suma de éste número y el inicial es 52713. ¿Cuánto vale la suma de las cifras del número original?

A) 26 B) 20 C) 23 D) 19 E) 17

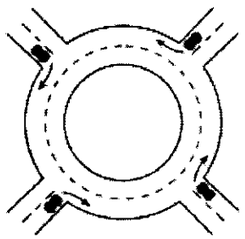
24 Un jardinero quiere plantar 20 árboles (arces y tilos)a lo largo de una avenida en el parque. El número de árboles entre dos arces cualesquiera no debe ser igual a 3. De los 20 árboles, ¿cuál es el mayor número de arces que puede plantar?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

25 Andrés y Daniel corrieron una maratón. Una vez terminada la carrera, observaron que Andrés terminó por delante del doble de corredores que terminaron delante de Daniel; y que Daniel terminó por delante de 1,5 veces el número de corredores que terminaron por delante de Andrés. Andrés terminó en la vigésimo primera posición. ¿Cuántos corredores tomaron parte en la maratón?

A) 31 B) 41 C) 51 D) 61 E) 81

26 Cuatro coches entran en una rotonda al mismo tiempo, cada uno procedente de una dirección distinta, como se ve en la figura. Cada uno de ellos no llega a completar una vuelta completa a la rotonda, y ningún par de ellos salen por la misma salida. ¿De cuantas maneras distintas pueden los coches salir de la rotonda?



A) 9 B) 12 C) 15 D) 24 E) 81

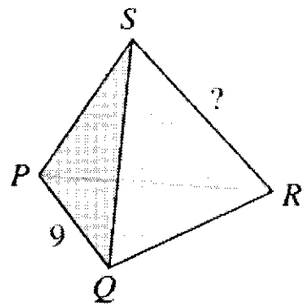
27 Una sucesión empieza con 1, -1, -1, 1, -1. Después del quinto término, cada término es igual al producto de los dos inmediatamente anteriores. ¿Cuánto vale la suma de los 2013 primeros términos?

A) −1006 B) − 671 C) 0 D) 671 E) 1007

28 La abuela está cociendo 6 postres, uno tras otro, y los va numerando de 1 a 6 (1 el primero). Mientras hace esto, sus nietos entran en la cocina y se comen el postre más reciente (que es el que está más caliente). ¿Cuál de los siguientes NO puede ser el orden en el que los postres desaparecen?

A) 123456 B) 125436 C) 325461 D) 456231 E) 654321

29 Cada uno de los cuatro vértices y 6 aristas del tetraedro de la figura se marca con uno de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 11 (el 10 no se usa). Cada número se usa exactamente una vez. Para cualesquiera dos vértices del tetraedro, la suma de los números en los vértices es igual al número de la arista que los une. La arista PQ está marcada con el 9. ¿Con qué número está marcada la arista RS?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 11

30 Un entero positivo N es menor que la suma de sus tres mayores divisores (naturalmente, excluyéndose a sí mismo). ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdad?

A) Todos los tales N son divisibles por 4 B) Todos los tales N son divisibles por 5
C) Todos los tales N son divisibles por 6 D) Todos los tales N son divisibles por 7
E) No existe ningún N cumpliendo esa condición

XX CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2013

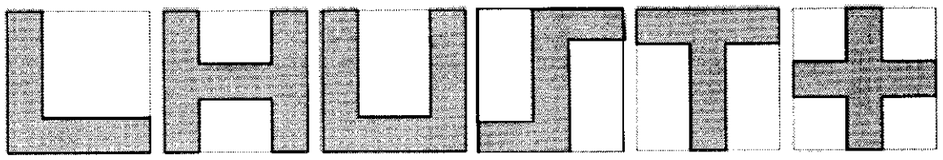
Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 María dibuja seis cuadrados iguales, cada uno de los cuales contiene una parte gris



¿Cuántas de estas partes grises tienen un perímetro igual al perímetro de uno de los cuadrados?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2 Si $3^x = a$ y $a^y = 81$, el producto xy vale

A) 4 B) 3 C) 12 D) 0 E) 1

3 ¿En cuántos ceros termina el producto 201325x201326x201317?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

4 Sean p y q dos números primos tales que $p^2 + q^2 = 365$. ¿Cuánto vale p + q?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

5 Si $x = 2^{2013}$, entonces $x - \sqrt{x^2+1} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ es igual a

A) -1 B) 1 C) 2^{2013} D) 0 E) 2^{-2013}

6 En los Juegos Olímpicos de Londres 2012, en la prueba de natación de 100 m estilo libre, el ganador fue Nathan Adrian en 47,52 segundos; seguido de James Magnussen con 47, 53 segundos. ¿Qué distancia separó al segundo del primero cuando éste llegó a la meta?

A) 2,1 mm B) 2,1 dm C) 2,1 cm D) 2,1 m E) 21 m

7 Sopla un fuerte viento del Sur. Un avión vuela de Amsterdam a París a 700 km/h. Otro avión hace el recorrido Paris- Amsterdam (en diferente pasillo aéreo) a 900 km/h. El primer avión hace el trayecto en 36 minutos. ¿Cuánto tarda el otro en hacer el suyo?

A) 18 minutos B) 20 minutos C) 25 minutos D) 28 minutos E) 36 minutos

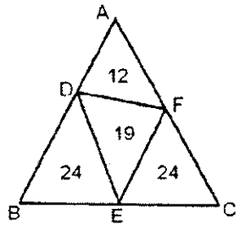
8 32 jugadores de tenis juegan un torneo. En la primera ronda, 16 de ellos juegan contra los otros 16. Los que pierden son eliminados. En la segunda ronda, 8 ganadores de la primera se enfrentan a los otros 8 ganadores de la primera. Los ganadores de esta ronda juegan los cuartos de final, los ganadores la semifinal y los ganadores, la final. ¿Cuál es el promedio de partidos por cada jugador?

A) $\frac{31}{32}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{31}{16}$ E) 2

9 Un tejado rectangular, de 11 m de largo por 6 m de ancho, está cubierto por una capa de nieve de 25 cm de altura. ¿Cuántos m^3 de nieve han caído sobre el tejado?

A) 8,25 m^3 B) 66 m^3 C) 825 m^3 D) 1650 m^3 E) 16,5 m^3

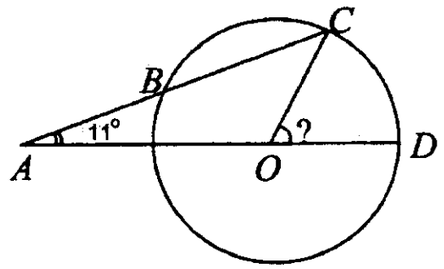
10 Tal como se indica en la figura, los perímetros de los triángulos ADF, DBE, DEF y FEC son 12, 24, 19 y 24 cm. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?



A) 38 B) 41 C) 43 D) 47 E) 49

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 En la figura, el ángulo CAD es 11º, AB = OC, y O es el centro de la circunferencia. Hallar el ángulo COD.



A) 30º B) 33º C) 35º D) 40º E) 45º

12 En el país X, las placas de matrícula de automóviles se componen de 2 cifras seguidas de 4 letras, en ese orden. La primera cifra no puede ser 0 y las cifras y letras pueden repetirse. ¿Cuántas placas hay formadas con las cifras y letras de MATHS 2013?

A) 20 B) 33 C) 1440 D) 7500 E) 10000

13 El número 2013 tiene la propiedad de que la cifra de sus unidades es igual a la suma de las tres anteriores (decenas, centenas y unidades de mil). En el actual milenio (que empezó en 2001 y terminará en 3000), ¿cuántos años tienen esta propiedad?

A) 24 B) 36 C) 27 D) 64 E) 48

14 A y B juegan de la siguiente manera. A dice un entero positivo, a. B dice el mayor divisor b de a (distinto de a); a continuación A dice el mayor divisor c de b (diferente de b), y así sucesivamente. Gana el primero que diga un número primo. ¿Cuál de los siguientes números le permite a A estar seguro de ganar el juego?

A) 60 B) 64 C) 72 D) 84 E) Ninguno de los anteriores

15 Sobre la superficie de un globo terráqueo se han dibujado 10 paralelos y 10 meridianos (semicírculos que van de un polo al otro). ¿En cuántas partes ha quedado dividida la superficie esférica?

A) 81 B) 90 C) 100 D) 110 E) 121

16 Los enteros m y n verifican (6 – m)(6 + n) = 12. ¿Cuántos valores puede tomar m?

A) 6 B) 7 C) 12 D) 13 E) Ninguno de los anteriores

17 El logotipo de la compañía GEO es un círculo de color rojo de radio 4 cm con un cuadrado blanco inscrito en el círculo. Aproximadamente, el área coloreada es

A) 18 cm^2 B) 16 cm^2 C) 14 cm^2 D) 9 cm^2 E) 5 cm^2

18 En las casillas de un tablero 5 x 5 hay escritos enteros de manera que los números en casillas adyacentes difieren en 1. Se sabe que los números 3 y 11 están escritos en el tablero. ¿Cuántos números diferentes hay escritos?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

19 Un cuadrilátero convexo y un triángulo se intersecan. ¿Cuál es el mayor número de lados que puede tener el polígono intersección?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 7

20 En el mapa de Inglaterra de mi atlas, que está a escala 1: 1 800 000, el punto que representa Oxford está a 6 cm del punto que representa Cambridge. ¿Cuál es la distancia de Oxford a Cambridge, con un margen de error de 10 km?

A) 20 km B) 90 km C) 160 km D) 110 km E) 200 km

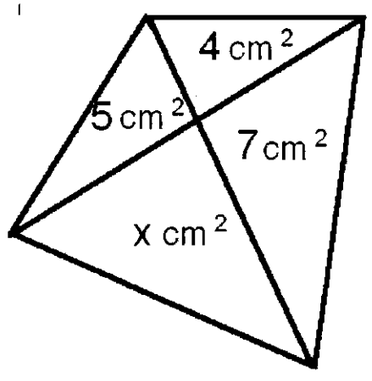
Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 En el salón masculino de una peluquería, el peluquero tarda 12 minutos en cortar el pelo de un chico y 20 en cortar el pelo de un adulto. Hoy ha trabajado 8 horas sin descansar, y ha cortado el pelo a, por lo menos, 7 chicos. A lo sumo, ¿a cuántos adultos ha cortado el pelo?

A) 10 B) 17 C) 18 D) 24 E) 40

22 El cuadrilátero de la figura está dividido por sus diagonales en 4 triángulos, tres de los cuales tienen las áreas que para cada uno se indica.¿Cuánto mide el área x del cuarto triángulo ?

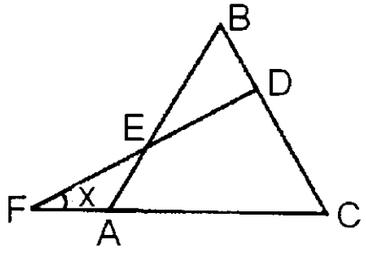
A) 6 B) 7 C) $\frac{20}{7}$ D) $\frac{28}{5}$ E) $\frac{35}{4}$



23 ABC es un triángulo equilátero y AE = BD = AB/3.

La medida del ángulo DFC es

A) 10° B) 15° C) 30° D) 45° E) 60°



24 Las estadísticas afirman que 1 de cada 14 personas que han terminado un Máster en Matemáticas, no encuentra trabajo a los 6 meses de haber terminado el Máster. Sea p el porcentaje de personas que obtienen trabajo dentro de los 6 meses después de terminar el Máster en Matemáticas. La cifra de la parte decimal que ocupa el lugar 2013 en el desarrollo decimal de p es

A) 7 B) 1 C) 4 D) 2 E) 5

25 Se dan los cinco números $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $a_3 = -1$, $a_4 = 1$, $a_5 = -1$. El sexto término de esta sucesión es el producto de los dos primeros; el séptimo es el producto del segundo por el tercero; el octavo es el producto del tercero por el cuarto, y así sucesivamente. ¿Cuánto vale la suma $a_1 + a_2 + \ldots + a_{2013}$?

A) –1006 B) –671 C) 0 D) 671 E) 1007

26 Hay una fila de 2013 loros, que están hablando, uno detrás de otro. El primero dice: *El segundo loro es verde.* El segundo dice: *El tercer loro es verde,* ..... El loro número 2011 dice: *El loro 2012 es verde.* El loro 2012 dice: *El loro 2013 es un hipopótamo azul.* El loro 2013 dice: *¡Yo no soy un hipopótamo azul!*
Se sabe que todos los loros verdes mienten, y que todos los loros que mienten, son verdes. ¿Cuántos loros verdes hay en la fila?

A) 1 B) 2 C) 1006 D) 1007 E) 2013

27 En una clase de 30 alumnos en un país imaginario, sólo 12 de ellos tienen teléfono móvil. Durante las vacaciones, los que no tienen teléfono móvil envían postales de felicitación a todos sus compañeros, y los que sí lo tienen, envían sms de felicitación a quienes lo tienen, y postales a quienes no lo tienen. ¿Cuántas postales se han enviado en total?

A) 132 B) 216 C) 522 D) 738 E) 900

28 ¿Cuál es el máximo número de términos que es posible disponer en sucesión, de manera que la suma de tres términos consecutivos cualesquiera sea negativa y la suma de 5 términos consecutivos cualesquiera sea positiva?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) Es imposible cumplir las condiciones

29 Llamamos S(n) a la suma de las cifras del número n. Entonces, la suma alternada

$S(1) - S(2) + S(3) - S(4) + \cdots + S(2011) - S(2012) + S(2013)$ vale

A) 0 B) 1006 C) 1007 D) 2013 E) –1

30 Ocho equipos juegan un torneo de volleyball (en cuyos partidos no hay empates), todos contra todos, a una vuelta. Al ver la clasificación final, hay 5 equipos con k victorias cada uno. ¿Cuál es el mayor valor posible de k?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

XX CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2013

Nivel 5 (1º de Bachillerato)

Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

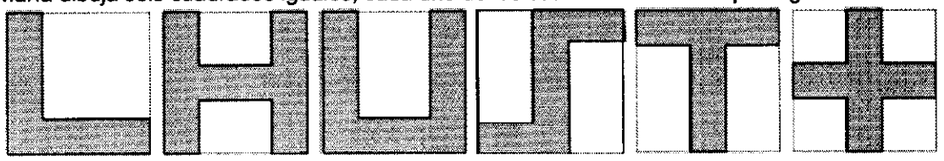
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 El número 200013 – 2013 no es divisible por

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

2 María dibuja seis cuadrados iguales, cada uno de los cuales contiene una parte gris



¿Cuántas de estas partes grises tienen un perímetro igual al perímetro de uno de los cuadrados?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

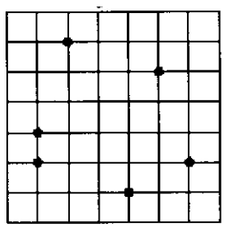
3 La Mamá Canguro compra 4 paquetes de palomitas de maíz para cada uno de los 4 miembros de su familia. La promoción de la tienda dice: 1 paquete, 20 céntimos. Cada seis paquetes, 1 es gratis. ¿Cuánto pagó?

A) 0,80€ B) 1,20 € C) 2,80 € D) 3,20 € E) 80 €

4 El producto de tres de los números 2, 4, 16, 25, 50, 125 es 1000. ¿Cuál es la suma de esos tres números?

A) 70 B) 77 C) 131 D) 143 E) 145

5 En la cuadrícula de la figura se marcan seis puntos: El canguro quiere elegir 3 de los puntos marcados, de modo que formen un triángulo de área lo menor posible. ¿Cuánto vale esta área, si cada celda tiene de lado 1?



A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

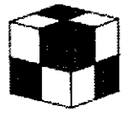
6 ¿Cuál de los siguientes números es igual a $4^{15} + 8^{10}$?

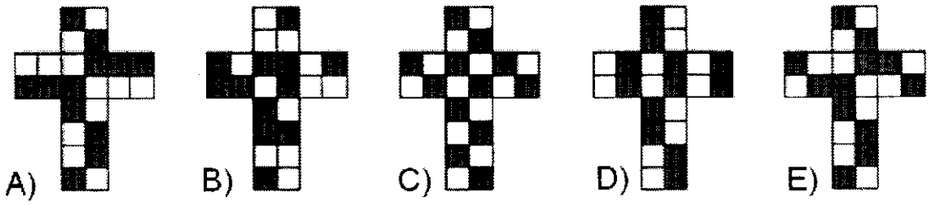
A) 2^{10} B) 2^{15} C) 2^{20} D) 2^{30} E) 2^{31}

7 El número ***n*** es el mayor entero positivo tal que ***4n*** es un número de tres cifras; y ***m*** es el menor entero positivo tal que ***4m*** es un número de tres cifras. ¿Cuánto vale ***4n – 4m***?

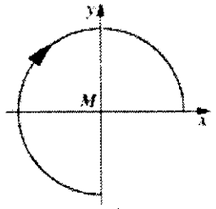
A) 900 B) 899 C) 896 D) 225 E) 224

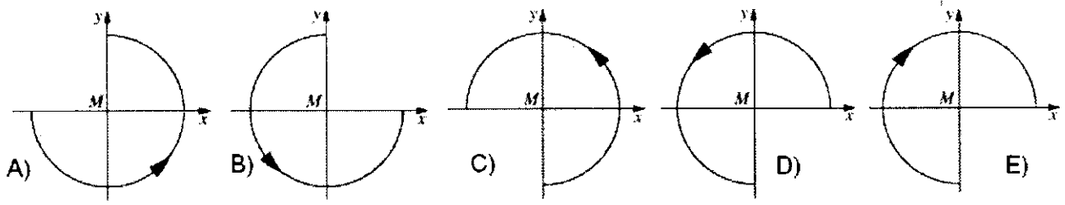
8 El exterior de un cubo, con cuatro cuadrados en cada cara, se pinta de blanco y gris de manera que se ve, como indica la figura, como si estuviera formado por cubitos blancos y grises. ¿Cuál de los siguientes puede ser el desarrollo del cubo pintado?





9 El arco de circunferencia de centro M, orientado como se ve en la figura, gira primero 90º alrededor de M en sentido antihorario, y luego se le somete a una simetría de eje el de las *x*
¿Cuál de las siguientes figuras es el resultado de esas dos transformaciones sucesivas?



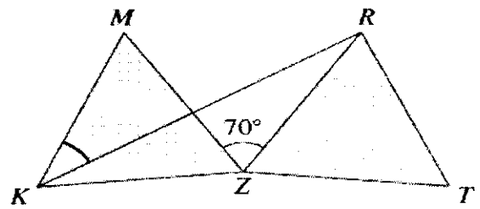


10 ¿Cuál de los siguientes números tiene valor mayor?

A) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{13}$ B) $\sqrt{20}\cdot 13$ C) $20\cdot\sqrt{13}$ D) $\sqrt{201}\cdot 3$ E) $\sqrt{2013}$

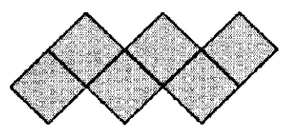
Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 En la figura, el triángulo RZT es la imagen del triángulo equilátero KZM tras un giro en sentido horario, alrededor de Z.
¿Cuánto mide el ángulo RKM?



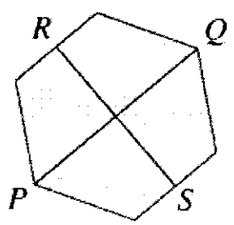
A) 20º B) 25º C) 30º D) 35º E) 40º

12 La figura muestra una pieza formada por 6 cuadrados, cada uno de 1 cm por 1 cm. La pieza tiene un perímetro de 14 cm. La pieza en zigzag se continúa, hasta que contiene 2013 cuadrados. ¿Cuál es el perímetro de la nueva pieza?



A) 2022 B) 4028 C) 4032 D) 6038 E) 8050

13 Los puntos P y Q son vértices opuestos de un hexágono regular, y los puntos R y S son puntos medios de lados opuestos, como se ve en la figura. El área del hexágono es 60 cm^2. ¿Cuánto vale el producto de las medidas de las longitudes de PQ y RS?

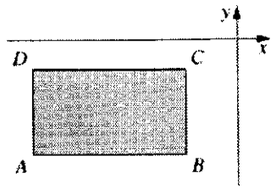


A) 40 cm^2 B) 50 cm^2 C) 60 cm^2 D) 80 cm^2 E) 100 cm^2

14 Una clase, en la que hay alumnos de ambos sexos, tiene un examen. Si cada chico hubiera obtenido 3 puntos más en el examen, el promedio de toda la clase hubiera aumentado 1,2 puntos. ¿Cuál es el porcentaje de chicas en la clase?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

15 El rectángulo ABCD está en el tercer cuadrante, como se ve en la figura Para cada uno de los puntos A, B, C y D se calcula el cociente entre su coordenada "y" y su coordenada "x".¿Cuál de los puntos da menor valor para ese cociente?

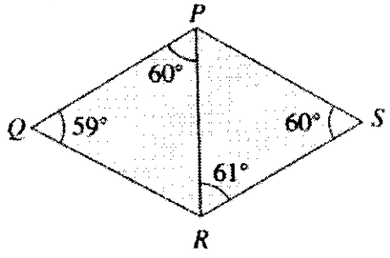


A) A B) B C) C D) D E) Depende del tamaño del rectángulo

16 En el cumpleaños de Juan, este año, multiplica su edad por la de su hijo y obtiene 2013. ¿En qué año nació Juan?

A) 1981 B) 1082 C) 1953 D) 1952 E) Hacen falta más datos

17 En el triángulo PQR, el ángulo PQR es 59° y el RPQ, 60°. En el triángulo PRS, el ángulo PRS es 61° y el RSP, 60°, como se ve en la figura ¿Cuál de los siguientes segmentos es el más largo?

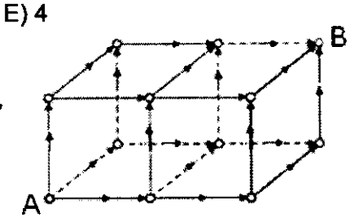


A) PQ B) RS C) PR D) QR E) PS

18 Ruth quiere escribir cinco enteros positivos consecutivos, de manera que tres de ellos tengan la misma suma que los otros dos. ¿Cuántos conjuntos distintos de 5 números puede escribir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19 ¿Cuántos caminos diferentes hay entre los puntos A y B de la figura, yendo por las aristas en la dirección marcada por las flechas?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

20 El Canguro quiere encontrar un número de 6 cifras, de manera que la suma de sus cifras sea par, pero su producto sea impar. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de tal número es correcta?

A) O dos o cuatro de las cifras son pares B) No existe tal número C) Tiene un número impar de cifras impares D) Las seis cifras deben ser diferentes E) Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 El número 1/1024000 se escribe en forma decimal, con el menor número posible de cifras. ¿Cuántas cifras aparecen detrás de la coma?

A)10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 1024000

22 ¿Cuántos números enteros positivos son múltiplos de 2013 y tienen exactamente 2013 divisores (incluidos 1 y el propio número)?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) Otro número

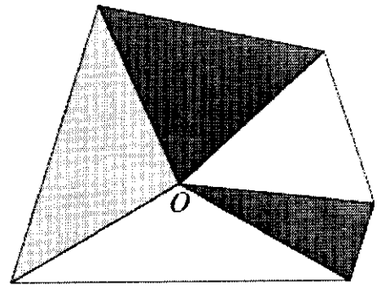
23 Usando los números naturales de 1 a 22, ambos inclusive, Horacio quiere formar once fracciones, eligiendo uno de ellos como numerador y otro como denominador. Cada uno de los 22 números se usa exactamente una vez. ¿Cuál es el mayor número de las fracciones de Horacio que puede tener un valor entero?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

24 Julio crea un procedimiento para convertir un conjunto de 3 números en otro conjunto de tres números: cada número es sustituido por la suma de los otros dos. Por ejemplo, de {3,4,6} se pasa a {10, 9, 7}. ¿Cuántas veces debe aplicar Julio su procedimiento al conjunto {1, 2, 3} para que al final obtenga un conjunto en el que aparezca el número 2013?

A) 8 B)9 C) 10 D) más de 10 E) El número 2013 nunca aparecerá

25 Varios triángulos isósceles no superpuestos tienen el vértice O en común. Cada triángulo comparte un lado con el siguiente El menor ángulo de uno de los triángulos tiene un ángulo de *m grados* en el vértice O, donde *m* es un entero positivo. Los demás triángulos tienen en O ángulos, cuya medida en grados es *2m, 3m, 4m* y así sucesivamente. En la figura se ha dibujado un conjunto de 5 triángulos que cumplen esa condición. ¿Cuál es el menor valor de *m* para el que existe tal conjunto de triángulos?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

26 Jorge ve un tractor por la carretera arrastrando lentamente un largo tubo. Se coloca junto al tubo en la misma dirección que el tractor, y cuenta 140 pasos para ir de un extremo a otro del tubo. Da la vuelta y camina hacia el otro extremo, contando entonces sólo 20 pasos. El tractor y Jorge mantienen velocidades uniformes, y cada paso de Jorge es de 1m de largo. ¿Cuál es la longitud del tubo?

A) 30 m B) 35 m C) 40 m D) 48 m E) 80 m

27 Un jardinero quiere plantar 100 árboles (robles y abedules) a lo largo de una avenida en el parque. El número de árboles entre dos robles cualesquiera no debe ser igual a 5. De esos 100 árboles, ¿cuál es el mayor número de robles que puede plantar?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 60 E) 80

28 Un coche sale del punto S y viaja por una carretera recta a la velocidad de 50 km/h. Cada hora después de esta salida, sale de S otro coche, que viaja 1km/h más deprisa que el que le precede. El último coche (a 100 km/h) sale de S 50 horas después que el primero. ¿Cuál era la velocidad del coche que estaba delante de todos, 100 horas después de que el primer coche saliera de S?

A) 50 km/h B) 66km/h C) 75 km/h D) 84 km/h E) 100 km/h

29 Los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 9. 10 se escriben en círculo, en un cierto orden. Después, cada número se suma con el que tiene a su derecha y el que tiene a su izquierda y se obtienen otros diez números. ¿Cuál es el mayor valor posible del más pequeño de esos nuevos números?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

30 Un polígono regular de 13 lados está inscrito en una circunferencia de centro O. Se forman triángulos eligiendo tres de los vértices del polígono como vértices de los triángulos. ¿Cuántos de estos triángulos así formados tienen en su interior al punto O?

A) 72 B) 85 C) 91 D) 100 E) otro valor

XX CONCURSO
CANGURO MATEMÁTICO 2013

Nivel 6 (2º de Bachillerato)

Día 21 de marzo de 2013 Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

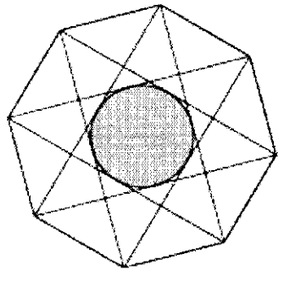
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

A) 2013 B) 2^{0+13} C) 20^{13} D) 201^{3} E) 20x13

2 El lado del octógono regular grande de la figura mide 10 cm. ¿Cuánto mide el radio del círculo gris de la figura?

A) 10 B) 7,5 C) 5 D) 2,5 E) 2



3 Un prisma tiene, en total, 2013 caras. ¿Cuántas aristas tiene?

A) 2011 B) 2013 C) 4022 D) 4024 E) 6033

4 La raíz cúbica de 3^{3^3} es igual a

A) 3^3 B) 3^{3^3-1} C) 3^{2^3} D) 3^{3^2} E) $(\sqrt{3})^3$

5 El año 2013 tiene la propiedad de que su número está formado por las cifras consecutivas 0, 1, 2, y 3. ¿Cuántos años han pasado desde la última vez que el número del año estuvo formado por cuatro cifras consecutivas?

A) 467 B) 527 C) 581 D) 693 E) 990

6 Sea *f* una función lineal tal que *f(2013) – f(2001) = 100.* . ¿Cuánto vale *f(2031) – f(2013)?*

A) 75 B) 100 C) 120 D) 150 E) 180

7 Sabiendo que 2 < x < 3, de las siguientes cuatro desigualdades ¿cuántas son ciertas?

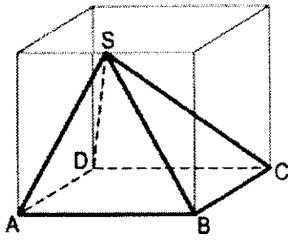
$$4 < x^2 < 9; \quad 4 < 2x < 9; \quad 6 < 3x < 9; \quad 0 < x^2 - 2x < 3$$

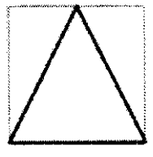
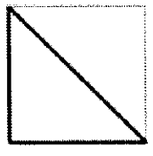
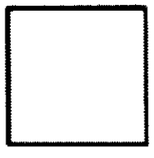
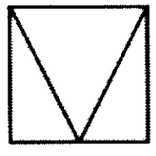
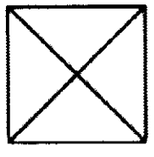
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8 Seis superhéroes capturan a 20 villanos. El primer superhéroe captura 1, el segundo captura 2 y el tercero captura 3. El cuarto superhéroe captura más villanos que cualquiera de los otros 5 superhéroes. ¿Cuál es el menor número de villanos que debe haber capturado?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

9 En el cubo transparente de la figura se ve una pirámide no transparente ABCDS, de base ABCD, cuyo vértice S esta exactamente en el punto medio de una arista del cubo
Si se mira esta pirámide desde arriba, desde abajo, desde detrás, desde delante, desde la derecha y desde la izquierda. ¿Cuál de las siguientes vistas es imposible que se vea?



A)  B)  C)  D)  E) 

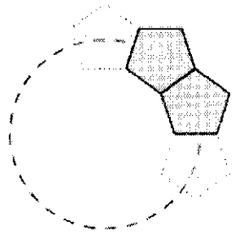
10 Cuando una cierta sustancia se derrite, su volumen se incrementa en 1/12 . ¿Cuánto decrece su volumen si se vuelve a solidificar?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{14}$

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Ramón tiene piezas de plástico iguales, con la forma de un pentágono regular. Las va disponiendo en círculo, como en la figura
¿Cuántas piezas necesita para cerrar el círculo?

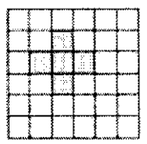
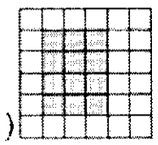
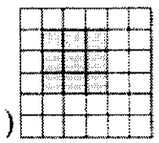
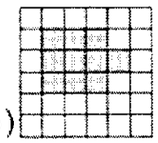
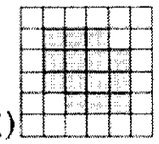
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15



12 ¿Cuántos enteros positivos *n* hay, tales que tanto *n/3* como 3*n* sean números de tres cifras?

A) 12 B) 33 C) 34 D) 100 E) 300

13 Una alfombra circular se pone sobre una malla cuadriculada. Todos los cuadrados que tengan más de un punto en común con la alfombra se colorean de gris. ¿Cuál de las figuras siguientes es imposible que aparezca?

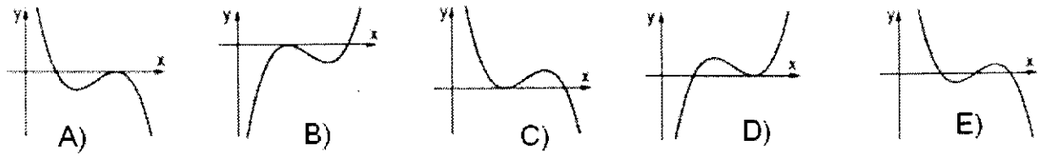
A)  B)  C)  D)  E) 

14 Se considera la siguiente proposición, relativa a una función *f* definida sobre el conjunto de los enteros: *"Para todo x par, f(x) es par"*. ¿Cuál de las siguientes es la negación de esta proposición?

A) Para todo x par, f(x) es impar B) para todo x impar, f(x) es par C) para todo x impar, f(x) es impar

D) existe un número par x tal que f(x) es impar E) existe un número impar x tal que f(x) es impar

15 Se da la función $W(x) = (a - x)(b - x)^2$, donde $a < b$. Su gráfica es una de las siguientes. ¿Cuál es?

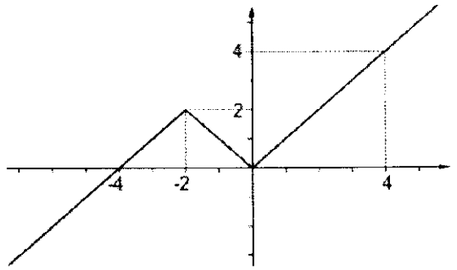


16 Se considera un rectángulo, uno de cuyos lados mide 5. El rectángulo se corta en un cuadrado y un rectángulo, de los cuales uno tiene área 4. ¿Cuántos rectángulos hay que cumplan estas condiciones?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

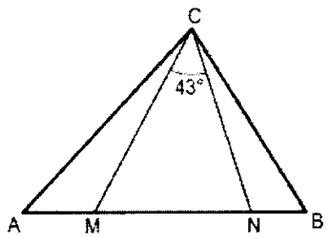
17 Juan ha dibujado la gráfica de una función $f : R \rightarrow R$, formada por dos semirrectas y un segmento, como se ve en la figura
¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $f(f(f(x))) = 0$?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0



18 En el triángulo ABC los puntos M y N sobre el lado AB son tales que AN = AC y BM = BC. Además, el ángulo MCN es de 43°, como se ve en la figura
¿Cuánto mide el ángulo ACB?

A) 86° B) 89° C) 90° D) 92° E) 94°



19 ¿Cuántos pares (x,y) de enteros positivos verifican $x^2y^3 = 6^{12}$?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) Otro valor

20 Una caja contiene 900 cartas numeradas desde 100 hasta 999. Dos cartas cualesquiera tienen números diferentes. Se eligen varias cartas y se calcula la suma de los dígitos de los números que hay en ellas. ¿Cuántas cartas, por lo menos, hay que elegir para estar seguros de que tres de las cartas tienen números cuya suma de dígitos es la misma?

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

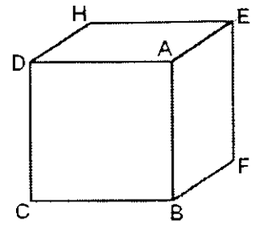
21 ¿Cuántos pares (x, y) de enteros, con $x \leq y$, cumplen la condición de que su producto es igual a cinco veces su suma?

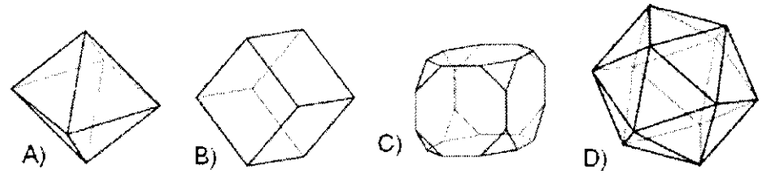
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22 Sea $f : R \rightarrow R$ la función definida por las dos propiedades sig uientes: f es periódica, con período 5, y la restricción de f al intervalo [-2, 3) es $x \rightarrow f(x) = x^2$. ¿Cuánto vale f (2013)?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

23 El cubo de la figura se corta por un plano que pasa por los vértices D, E y B, que son los más próximos al vértice A. Se repite esa operación con los restantes 7 vértices del cubo (es decir, se traza el plano que pasa por los tres vértices más próximos a cada uno). Uno de los trozos que quedan después de los 8 cortes contiene al centro del cubo original. ¿Qué forma tiene ese trozo?.





El centro del cubo pertenece a varios trozos
E)

24 ¿Cuántas soluciones reales (x,y) tiene la ecuación $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?

A) 1 B) 5 C) 8 D) 9 E) infinitas

25 Sea $\mathbf{N_0} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ el conjunto de los números naturales, y f: $\mathbf{N_0} \rightarrow \mathbf{N_0}$ la función definida por $f(n) = \frac{n}{2}$ si n es par, y $f(n) = \frac{n-1}{2}$ si n es impar, para todo número natural n. Si k es un entero positivo, llamamos $f^k(n)$ al número representado por la expresión $f(f(\ldots f(n)))$, en la que el símbolo f aparece k veces. Entonces, el número de soluciones de la ecuación $f^{2013}(n) = 1$ es:

A) 0 B) 4026 C) 2^{2012} D) 2^{2013} E) infinitas

26 Se dibujan varias rectas en el plano. La recta *a* interseca exactamente a tres rectas, y la recta *b* interseca exactamente a cuatro. La recta *c* interseca exactamente a *n* rectas, con $n \neq 3,4$. Determinar el número de rectas dibujadas.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) otro número

27 La suma de los primeros *n* enteros positivos es un número de tres cifras iguales. ¿Cuánto vale la suma de las cifras de *n*?

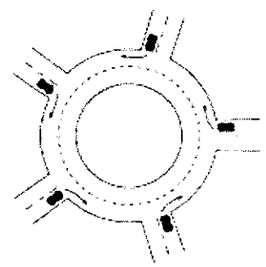
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

28 En la Isla Encantada viven dos tipos de personas: Los Veraces, que dicen siempre la verdad, y los Embusteros, que siempre mienten. Me encuentro a dos personas que viven allí y pregunto al más alto si ambos son Veraces. Me contesta, pero de su respuesta no puedo averiguar qué son, así que pregunto al más bajo si el más alto es Veraz. Me contesta, y ahora ya puedo saber de qué tipo son.
¿Son Veraces o Embusteros?

A) Los dos son veraces B) Los dos son Embusteros C) El más alto es Veraz y el más bajo Embustero
D) El más alto es Embustero y el más bajo Veraz E) No hay suficientes datos para decidir.

29 Se considera la sucesión de números definida por $a_1 = 1$; $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$, donde m y n son números naturales. El valor de a_{100} es

A) 100 B) 1000 C) 2012 D) 4950 E) 5050

30 En la rotonda de la figura entran 5 coches al mismo tiempo, cada uno por una dirección distinta. Cada uno de ellos no llega a completar una vuelta completa a la rotonda, y todos salen por direcciones distintas. ¿Cuántas combinaciones diferentes hay para que los coches dejen la rotonda?

A) 24 B) 44 C) 60 D) 81 E) 120